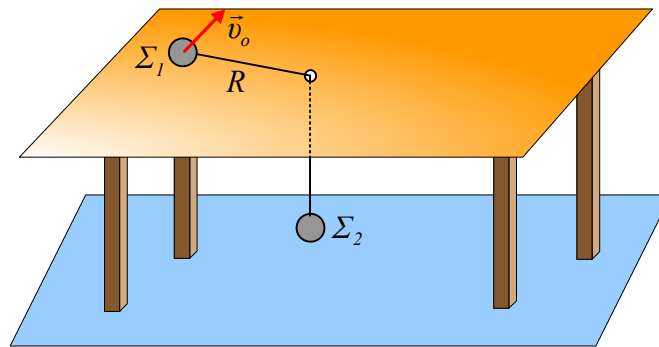


## Η κυκλική κίνηση και η ανύψωση του σώματος.



Πάνω σε ένα λείο τραπέζι συγκρατούμε μια μικρή σφαίρα  $\Sigma_1$ , η οποία είναι δεμένη στο ένα άκρο νήματος. Το νήμα περνά από μια μικρή τρύπα, στο κέντρο του τραπεζιού και στο άλλο του άκρο είναι δεμένη και κρέμεται μια άλλη ίσης μάζας σφαίρα  $\Sigma_2$ . Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε οριζόντια τη σφαίρα  $\Sigma_1$  με αρχική ταχύτητα  $v_0 = \sqrt{Rg}$ , με κατεύθυνση κάθετη στο νήμα, όπου  $R$  το μήκος του οριζόντιου τμήματος του νήματος.

i) Η σφαίρα  $\Sigma_2$ :

α) θα συνεχίσει να ηρεμεί, β) θα κινηθεί προς τα πάνω, γ) θα κινηθεί προς τα κάτω.

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα αλλά τώρα προσδίδουμε μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα  $v_{01}$  στη σφαίρα  $\Sigma_1$ . Το αποτέλεσμα είναι η σφαίρα  $\Sigma_2$  να κινηθεί προς τα πάνω και να ανυψωθεί κατά  $h = \frac{1}{2}R$ , φτάνοντας σε σημείο Α. Για την ταχύτητα  $v_{01}$  εκτόξευσης ισχύει:

$$\alpha) v_{01} = \sqrt{1,2Rg}, \quad \beta) v_{01} = \sqrt{1,5Rg}, \quad \gamma) v_{01} = \sqrt{1,8Rg}.$$

iii) Τελικά η σφαίρα  $\Sigma_2$  θα παραμείνει στην θέση Α ή θα κινηθεί ξανά προς τα κάτω;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

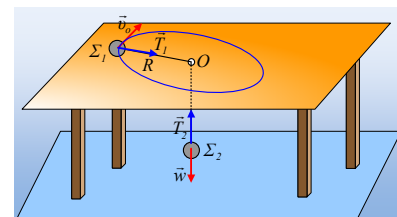
### Απάντηση:

i) Μόλις εκτοξευθεί η σφαίρα  $\Sigma_1$  θα δεχτεί δύναμη από το νήμα με τιμή:

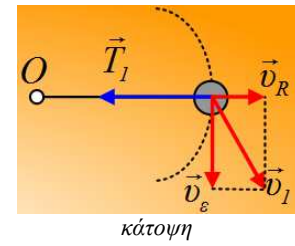
$$T_1 = F_k = m \frac{v_0^2}{R} = m \frac{Rg}{R} = mg$$

Αλλά τότε το νήμα ασκεί ίσου μέτρου δύναμη  $T_2$  (η τάση του νήματος) και στη σφαίρα  $\Sigma_2$  η οποία ισορροπεί. Δηλαδή η  $\Sigma_1$  θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $R$ , ενώ η  $\Sigma_2$  θα παραμείνει ακίνητη. Σωστό το β).

ii) Τη στιγμή που η  $\Sigma_2$  σταματά να κινείται προς τα πάνω, μηδενίζεται η ταχύτητά της. Αλλά αυτό σημαίνει ότι το μήκος του τμήματος του νήματος που κρέμεται από το τραπέζι δεν μεταβάλλεται, οπότε και το οριζόντιο τμήμα του νήματος έχει σταθερό μήκος  $R_1 = 1,5R$ .



Αλλά έστω ότι τη στιγμή αυτή η σφαίρα  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $v_1$ , όπως στο σχήμα. Αναλύουμε την ταχύτητα αυτή σε δυο συνιστώσες,  $v_\epsilon$  κάθετη στο νήμα και  $v_R$  στη διεύθυνση του νήματος. Αν υπάρχει συνιστώσα  $v_R \neq 0$ , τότε και το άκρο του νήματος θα έχει την ίδια ταχύτητα, πράγμα που σημαίνει ότι το μήκος του νήματος, πάνω στο τραπέζι αυξάνεται, πράγμα άτοπο.



Συμπεράσμα, τη στιγμή αυτή η ταχύτητα  $v_1$  ταυτίζεται με την  $v_\epsilon$  είναι δηλαδή ξανά κάθετη στο νήμα.

Κατά τη διάρκεια της κίνησης της σφαίρας  $\Sigma_1$  η στροφορμή της ως προς το O παραμένει σταθερή, αφού δεν δέχεται καμιά ροπή, μιας και η τάση του νήματος περνά από το O, ενώ  $\Sigma F_y = 0$  (ή διαφορετικά  $w$  και  $N$  έχουν αντίθετες ροπές ως προς O). Συνεπώς από τη διατήρηση της στροφορμής παίρνουμε:

$$\vec{L}_0 = \vec{L}_1 \text{ ή}$$

$$Mv_{0l}R = mv_1 \cdot 1,5R \rightarrow v_1 = \frac{2}{3}v_{0l} \quad (1)$$

Εξάλλου από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωμάτων, θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την αρχική θέση της σφαίρας  $\Sigma_2$ , ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, παίρνουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_{0l}^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh + mg \frac{1}{2}R \rightarrow$$

$$v_{0l}^2 = v_1^2 + mgR \rightarrow$$

$$v_{0l}^2 = \frac{4}{9}v_{0l}^2 + gR \rightarrow v_{0l} = \sqrt{1,8Rg}$$

Σωστό το γ)

iii) Στην παραπάνω θέση η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στη  $\Sigma_1$  έχει μέτρο:

$$F_\kappa = m \frac{v_1^2}{R_1} = m \frac{\frac{4}{9}1,8Rg}{\frac{3}{2}R} = \frac{8}{15}mg$$

Αλλά τότε και η σφαίρα  $\Sigma_2$  δέχεται την τάση του νήματος με μέτρο  $8/15 mg$  και η σφαίρα θα επιταχυνθεί ξανά προς τα κάτω.

### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης