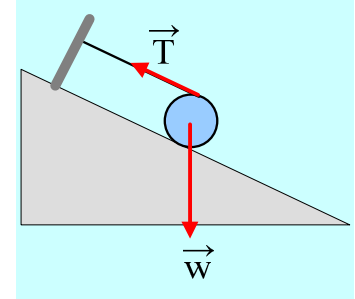


**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ:**  
**ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ ΣΤΗΝ ΚΥΛΙΣΗ**

1) Στερεό κυκλικής διατομής με κατανομή μάζας συμμετρική ως προς το κέντρο του (το στερεό μπορεί να είναι συμπαγής σφαίρα, συμπαγής κύλινδρος, κοίλη σφαίρα, κούφιος κύλινδρος, δίσκος, δακτύλιος) ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi$ , δεμένο με νήμα παράλληλο στο επίπεδο.



A) Να δείξετε ότι το μέτρο της στατικής τριβής μεταξύ στερεού και

δαπέδου έχει μέτρο:  $T_{στ} = \frac{Mg\eta\mu\varphi}{2}$

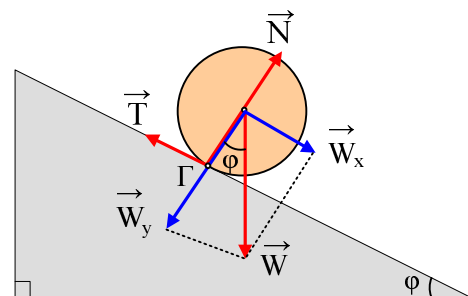
B) Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το στερεό αρχίζει να κυλά χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Να σχεδιάσετε, αιτιολογώντας, τη στατική τριβή μεταξύ του στερεού και του δαπέδου. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής. Να συγκρίνετε τη στατική τριβή στη διάρκεια της κύλισης με τη στατική τριβή όταν το στερεό ήταν ακίνητο. Η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του (για το δίσκο και το δακτύλιο είναι και κάθετος στο επίπεδό τους, ενώ για τους κυλίνδρους συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας τους) δίνεται από τη σχέση:  $I = \lambda MR^2$ , όπου  $\lambda$  θετική αδιάστατη σταθερά.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

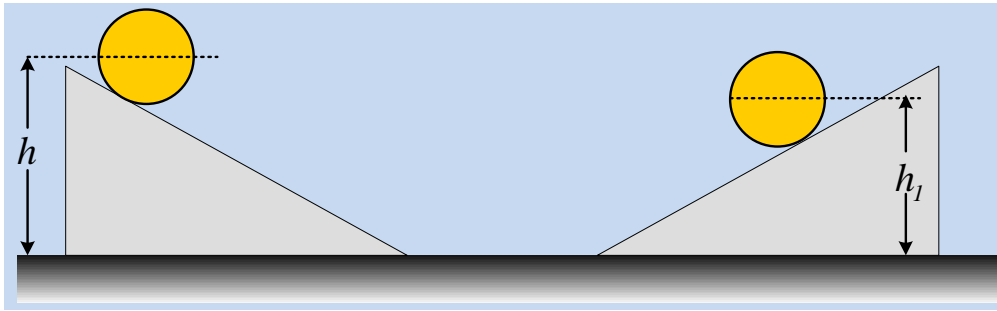
Η στατική τριβή έχει φορά προς τα πάνω, ώστε να δημιουργεί την απαραίτητη ροπή, η οποία προκαλεί τη γωνιακή επιτάχυνση.

$a_{cm} = \frac{g\eta\mu\varphi}{1 + \lambda}$ ,  $T_{στ} = \frac{\lambda}{\lambda + 1} Mg\eta\mu\varphi \neq \frac{Mg\eta\mu\varphi}{2}$  (μόνο σε

δακτύλιο όπου  $\lambda=1$ , η στατική τριβή έχει ίδιο μέτρο)



Γ) Όταν το στερεό φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, περνά στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς απώλεια ενέργειας. Το οριζόντιο επίπεδο είναι κατασκευασμένο από το ίδιο υλικό με το κεκλιμένο και το στερεό συνεχίζει να κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε τη στατική τριβή μεταξύ στερεού και οριζόντιου δαπέδου.



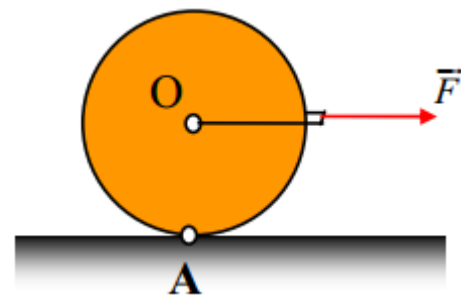
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Η στατική τριβή είναι μηδέν. Αφού δεν υπάρχει μεταφορική επιτάχυνση και το στερεό συνεχίζει να κυλά χωρίς να ολισθαίνει ( $v_{cm} = \omega R$ ) δεν υπάρχει και γωνιακή επιτάχυνση, άρα δε χρειάζεται να υπάρχει ροπή.

Δ) Το στερεό περνά σε πλάγιο επίπεδο ίδιας γωνίας κλίσης, ενώ συνεχίζει να κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Να σχεδιάσετε, αιτιολογώντας, τη στατική τριβή μεταξύ του στερεού και του δαπέδου. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής. Να συγκρίνετε το ύψος από το οριζόντιο δάπεδο  $h_1$  στο οποίο θα φθάσει το στερεό σε σχέση με το ύψος  $h$  από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Η στατική τριβή έχει **φορά προς τα πάνω**, ώστε να δημιουργεί την απαραίτητη ροπή, η οποία επιβραδύνει την κίνηση.  $a_{cm} = \frac{g\eta\mu\phi}{1+\lambda}$ ,  $T_{στ} = \frac{\lambda}{\lambda+1} Mg\eta\mu\phi$

Το στερεό φθάνει στο ίδιο ύψος:  $h_1=h$

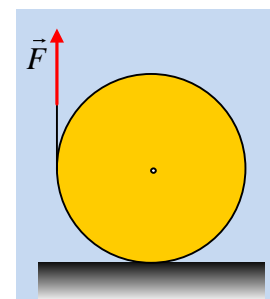
2) Στο στερεό του διπλανού σχήματος, κυκλικής διατομής με κατανομή μάζας συμμετρική ως προς το κέντρο του, ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , ο φορέας της οποίας διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής διατομής. Το στερεό κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Να σχεδιάσετε, αιτιολογώντας, τη στατική τριβή μεταξύ του στερεού και του δαπέδου. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής.



Σε ίδιο στερεό, τυλίγουμε νήμα στην περιφέρειά του και ασκούμε κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$  με φορά προς τα πάνω. Το στερεό κυλά χωρίς να ολισθαίνει.

Να σχεδιάσετε, αιτιολογώντας, τη στατική τριβή μεταξύ του στερεού και του δαπέδου. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής.

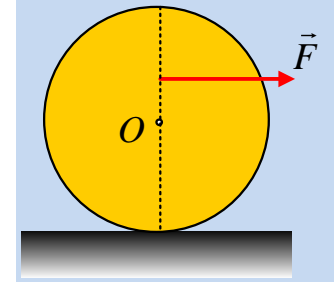
Η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο



του δίνεται από τη σχέση:  $I = \lambda MR^2$ , όπου  $\lambda$  θετική αδιάστατη σταθερά.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ  $a_{cm(1)} = a_{cm(2)} = \frac{F}{M(1+\lambda)}$      $T_1 = F \frac{\lambda}{\lambda+1}$      $T_2 = \frac{F}{\lambda+1}$

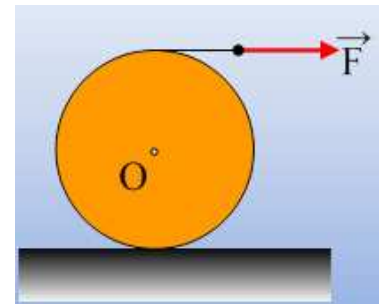
- 3) Στερεό κυκλικής διατομής με κατανομή μάζας συμμετρική ως προς το κέντρο του, βρίσκεται σε **λείο** οριζόντιο επίπεδο. Να βρείτε σε ποιο σημείο της κατακόρυφης διαμέτρου πρέπει να ασκήσουμε σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , ώστε το στερεό να εκτελέσει κύλιση χωρίς ολίσθηση. Η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίνεται από τη σχέση:  $I = \lambda MR^2$ , όπου  $\lambda$  θετική αδιάστατη σταθερά.



Εξηγήστε γιατί η θέση του σημείου, δεν εξαρτάται από το μέτρο της δύναμης.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Σε απόσταση  $r = \lambda R$  πάνω από το κέντρο της κυκλικής διατομής

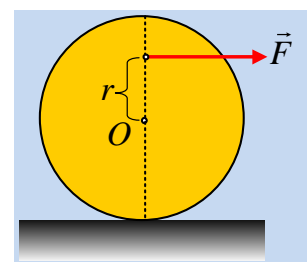
- 4) Στον κύλινδρο του διπλανού σχήματος ασκείται μέσω νήματος που δε γλιστρά στην περιφέρειά του, οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ . Ο κύλινδρος κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής. Ποια η φορά της στατικής τριβής; Ποια η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής για την οποία η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση;



Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα συμμετρίας του δίνεται από τη σχέση  $I = \frac{1}{2} MR^2$ .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:  $a_{cm} = \frac{4F}{3M}$      $T = \frac{F}{3}$      $\vec{T}$  ομόρροπη της  $\vec{F}$ ,  $\mu_s \geq \frac{F}{3Mg}$

- 5) Στερεό κυκλικής διατομής με κατανομή μάζας συμμετρική ως προς το κέντρο του, υπό την επίδραση της οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής σε συνάρτηση με την απόσταση  $r$  του φορέα της  $\vec{F}$  από το κέντρο της κυκλικής διατομής.

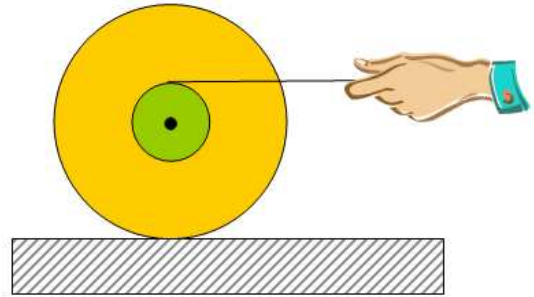


Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίνεται από τη σχέση:  $I = \lambda MR^2$ , όπου  $\lambda$  θετική αδιάστατη σταθερά.

Ποια η στατική τριβή, αν το στερεό είναι δακτύλιος όπου  $\lambda=1$  και  $r=R$ ;

$$\text{ΑΠΑΝΤΗΣΗ: } a_{cm} = \frac{F}{M} \cdot \frac{1 + \frac{r}{R}}{1 + \lambda} \quad T = F \cdot \frac{\lambda - \frac{r}{R}}{1 + \lambda} \quad \text{για δακτύλιο } T=0$$

6) Το στερεό του σχήματος ακτίνας  $R$  έχει κυκλική εγκοπή ακτίνας  $r$ . Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I$ . Τυλίγουμε σχοινί στην εγκοπή και ασκούμε στο ελεύθερο άκρο οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ . Το στερεό κυλά χωρίς να ολισθαίνει, ενώ ο άξονάς του έχει **σταθερή** ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Η κίνηση αυτή είναι αποτέλεσμα της επίδρασης και μιας άλλης οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}_1$ , ο φορέας της οποίας διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής εγκοπής.

A) Να σχεδιάσετε, αιτιολογώντας, τη στατική τριβή μεταξύ του στερεού και του δαπέδου.

B) Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής καθώς και το μέτρο της  $\vec{F}_1$

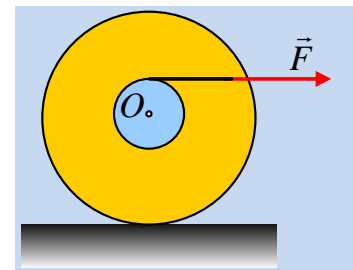
Γ) Με ποια ταχύτητα κινείται το άκρο του νήματος, το οποίο είναι σε επαφή με το χέρι;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Η  $\vec{T}$  είναι ομόρροπη της  $\vec{F}$ , με μέτρο  $T = F \frac{r}{R}$

Η  $\vec{F}_1$  είναι αντίρροπη της  $\vec{F}$ , με μέτρο  $F_1 = F \left( \frac{r}{R} + 1 \right)$

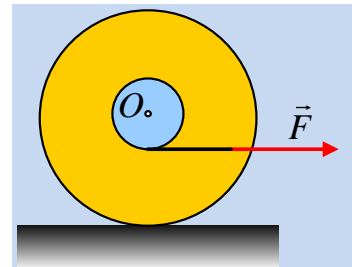
Το άκρο του νήματος έχει ταχύτητα:  $v_1 = v \left( 1 + \frac{r}{R} \right)$

7) Το στερεό του σχήματος ακτίνας  $R$  έχει κυκλική εγκοπή ακτίνας  $r$ . Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I$  και η μάζα του  $M$ . Τυλίγουμε σχοινί στην εγκοπή και ασκούμε στο ελεύθερο άκρο οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ . Το στερεό κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής σε συνάρτηση με την ακτίνα  $r$  της κυκλικής εγκοπής. Να δείξετε ότι αν  $I > MRr$  τότε η στατική τριβή  $\vec{T}$  είναι αντίρροπη της  $\vec{F}$ , ενώ αν  $I = MRr$ , τότε η στατική τριβή είναι μηδέν.



$$\text{ΑΠΑΝΤΗΣΗ: } a_{cm} = F \frac{1 + \frac{r}{R}}{M + \frac{I}{R^2}} \quad T = F \cdot \frac{\frac{I}{MR^2} - \frac{r}{R}}{1 + \frac{I}{MR^2}}$$

- 8) Το στερεό του σχήματος ακτίνας  $R$  έχει κυκλική εγκοπή ακτίνας  $r$ . Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I$  και η μάζα του  $M$ . Τυλίγουμε σχοινί στην εγκοπή και ασκούμε στο ελεύθερο άκρο οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ . Το στερεό κυλά χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το σχοινί τυλίγεται στην εγκοπή. Να σχεδιάσετε, αιτιολογώντας, τη στατική τριβή μεταξύ του στερεού και του δαπέδου. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταφορικής επιτάχυνσης καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής σε συνάρτηση με την ακτίνα  $r$  της κυκλικής εγκοπής.



$$\text{ΑΠΑΝΤΗΣΗ: } a_{cm} = F \frac{1 - \frac{r}{R}}{M + \frac{I}{R^2}} \quad T = F \frac{\frac{I}{MR^2} + \frac{r}{R}}{1 + \frac{I}{MR^2}} \text{ αντίρροπη της } \vec{F}$$

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Θοδωρής Παπασγουρίδης