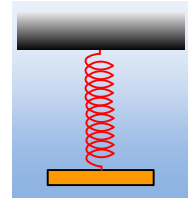


Ενέργειες σε μια φθίνουσα ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας $0,1\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=10\text{N/m}$. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $A_0=0,3\text{m}$ και το αφήνουμε να ταλαντωθεί τη στιγμή $t_0=0$. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της δράσης δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-0,1v$ (μονάδες στο S.I.), όπου v η ταχύτητα του σώματος. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$, πλησιάζοντας την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος και απέχοντας κατά 2cm από αυτήν.



Να υπολογιστούν:

- i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η ενέργεια τη στιγμή t_1 .
- ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης από $t=0$, μέχρι την στιγμή t_1 .
- iii) Η επιτάχυνση του σώματος την παραπάνω στιγμή.
- iv) Οι ρυθμοί μεταβολής:
 - α) Της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης,
 - β) Της κινητικής ενέργειας
 καθώς και η ισχύς της δύναμης απόσβεσης τη στιγμή t_1 .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στην αρχική θέση ισορροπίας και τη στιγμή t_1 , όπου για τη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F=0 \rightarrow k \cdot \Delta \ell = mg$$

- i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση:

$$E_0 = \frac{1}{2} D A_0^2 = \frac{1}{2} k A_0^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,3^2 \text{ J} = 0,45 \text{ J}$$

Ενώ τη στιγμή t_1 :

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} D y_1^2 \rightarrow$$

$$E_1 = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 2^2 \text{ J} + \frac{1}{2} 10 \cdot 0,02^2 \text{ J} = 0,2 \text{ J} + 0,002 \text{ J} = 0,202 \text{ J} .$$

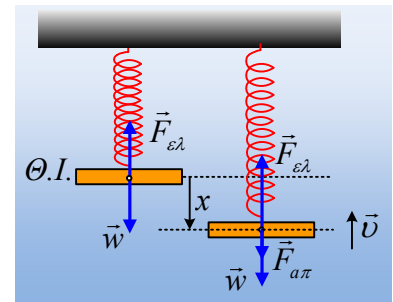
- ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, είναι δε ίσο με τη μεταβολή της ενέργειας ταλάντωσης:

$$W_{F_{απ}} = \Delta E = E_1 - E_0 = 0,202 \text{ J} - 0,45 \text{ J} = -0,248 \text{ J}$$

Εναλλακτικά, η ενέργεια ταλάντωσης μειώθηκε κατά $E_0-E_1=0,248\text{J}$, συνεπώς αφαιρέθηκε ισόποση ενέργεια και $W_{F_{απ}} = -0,248\text{J}$.

- iii) Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow$$



$$F_{ελ-w}-|F_{απ}|=m \cdot a \rightarrow$$

$$k(\Delta l + x) - mg - b v = ma \rightarrow$$

$$kx - b v = ma$$

$$a = \frac{kx - b v}{m} = \frac{10 \cdot 0,02 - 0,1 \cdot 2}{0,1} = 0$$

iv) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, συνδέεται με το έργο της δύναμης επαναφοράς, αφού $W_{F_{ελ}} = -\Delta U$ ενώ η κινητική ενέργεια, με το έργο της συνισταμένης δύναμης ($\Delta K = W_{\Sigma F}$). Έτσι έχουμε:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{F_{ελ}}}{dt} = -\frac{|F_{ελ}| dx | \cos \nu \vartheta}{dt} = -|Dx| |v| \cos \nu \vartheta \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -|Dx| |v| \cos \nu \vartheta = -10 \cdot 0,02 \cdot 2 \cdot 1 J/s = -0,4 J/s$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{|\Sigma F| dx | \cos \nu \vartheta}{dt} = |\Sigma F| |v| \cos \nu \vartheta = 0$$

$$P_{F_{απ}} = |F_{απ}| |v| \cos \nu \vartheta = -b v^2 = -0,1 \cdot 2^2 W = -0,4 W$$

Σχόλιο.

Αξίζει να τονισθεί ότι τη στιγμή t_1 το σώμα απέχει κατά 2cm από την αρχική θέση ισορροπίας του, αλλά τη στιγμή αυτή η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική, συνεπώς το σώμα δεν έχει επιτάχυνση.

Τη στιγμή αυτή η δυναμική ενέργεια μειώνεται με ρυθμό 0,4J/s. Προσέξτε όμως ότι δεν έχουμε ισόποση αύξηση της κινητικής ενέργειας $\left(\frac{dK}{dt} = 0\right)$, αφού στο σώμα ασκείται και η δύναμη απόσβεσης, η οποία αντιτίθεται στην κίνηση, αφαιρώντας ισόποση μηχανική ενέργεια, την οποία μετατρέπει σε θερμική ενέργεια.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης