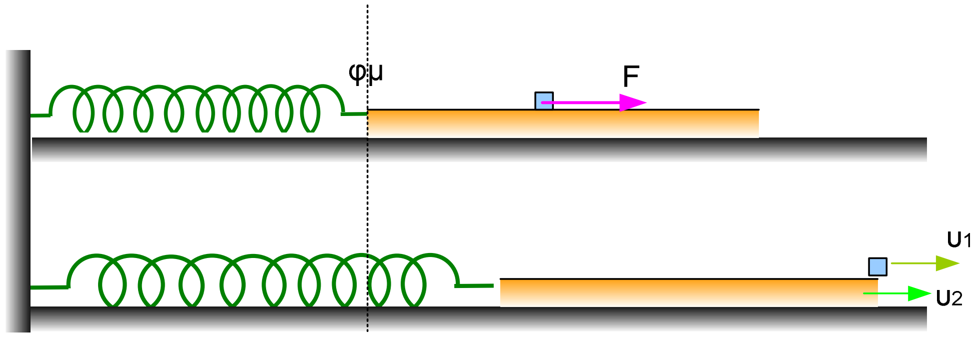
Δυο κινήσεις ενός δοκαριού, μια ΑΑΤ

Ένα δοκάρι μάζας M=1,6kg και μήκους ℓ=1m βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=75N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα μικρό σώμα μάζας m=1kg βρίσκεται ακίνητο στο μέσο του δοκαριού. Ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη F=20N, οπότε αυτό αρχίζει να κινείται πάνω στο δοκάρι, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Τη στιγμή που το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δl=0,1m, το σώμα εγκαταλείπει το δοκάρι και απομακρύνεται κατάλληλα.



Α. Να υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το δοκάρι.

Β. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του δοκαριού την ίδια στιγμή.

Γ. Να υπολογίστε τη μέγιστη συσπείρωση που θα υποστεί στη συνέχεια το ελατήριο.

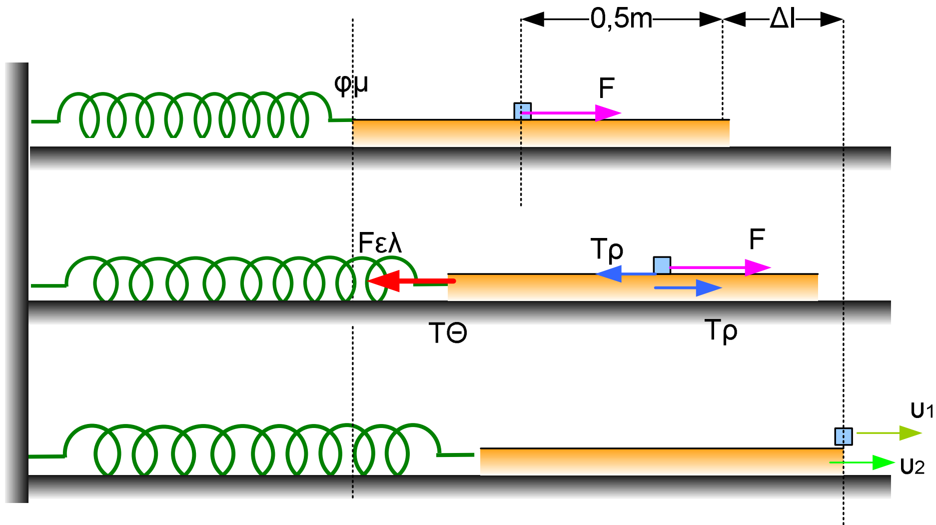
Δ. Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που το σώμα θα εγκαταλείψει τη σανίδα το ελατήριο θα έχει τη μέγιστη συσπείρωσή του για πρώτη φορά;

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2=10$.

Απάντηση:

Α. Με την επίδραση της F το σώμα αρχίζει να κινείται πάνω στο δοκάρι, οπότε ανάμεσα τους αναπτύσσεται τριβή ολίσθησης με μέτρο

$$T\rho=\mu\cdot mg=5N$$



Με την επίδραση της F και της Τρ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση:

$$α=ΣF/m=(F–Tρ)/m=15m/s^2$$

Στη θέση όπου το ελατήριο έχει τη επιμήκυνση Δl=0,1m, το σώμα έχει φτάσει στη άκρη του δοκαριού, δηλαδή έχει διανύσει συνολικά διαδρομή Δχ=0,5+0,1=0,6m.

Ο χρόνος της κίνησης του σώματος πάνω στο δοκάρι ισούται με:

$$Δχ=1/2\cdot α\cdot t^2 \Rightarrow 0,6=1/2\cdot 15\cdot t^2 \Rightarrow t=0,2\cdot\sqrt{2}s$$

και η ταχύτητα που έχει το σώμα εκείνη τη στιγμή είναι

$$υ_1=α\cdot t=15\cdot 0,2\cdot\sqrt{2} \Rightarrow υ_1=3\sqrt{2}m/s.$$

Β. Στο παραπάνω φαινόμενο:

Η F προσφέρει ενέργεια ίση με

$$E_{προσφ}=F\cdot Δx=20\cdot 0,6=12J$$

από την οποία το ελατήριο παίρνει

$$U_{ελ}= ½\ k\cdot Δl^2=0,375J$$

η παραγόμενη θερμική ενέργεια είναι

$$Q=T_ρ\cdot\frac{\ell}{2}=2,5J$$

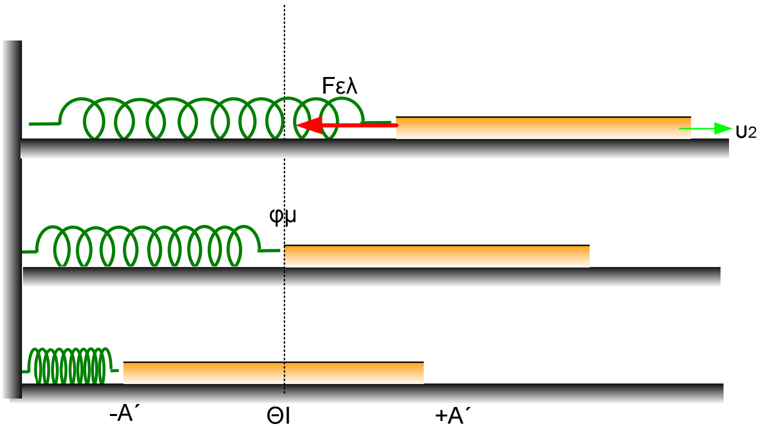
η κινητική ενέργεια του σώματος είναι

$$K_{σώμ}= ½\ m\cdot υ^2=9J$$

οπότε τα υπόλοιπα θα είναι η κινητική της σανίδας

$$K_{σαν}=(12-0,375-2,5-9)=0,125J$$

Γ. Μετά τη απομάκρυνση του σώματος από τη σανίδα, η μόνη δύναμη που θα δέχεται θα είναι η δύναμη από το ελατήριο. Έτσι η κίνησή της από δω και πέρα θα είναι ΑΑΤ με D=k=75N/m και θέση ισορροπίας τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Έτσι στη θέση όπου το σώμα εγκαταλείπει τη σανίδα, θα ισχύει για τη σανίδα:

$$E=K_{σαν}+U_{ταλ} \Rightarrow$$

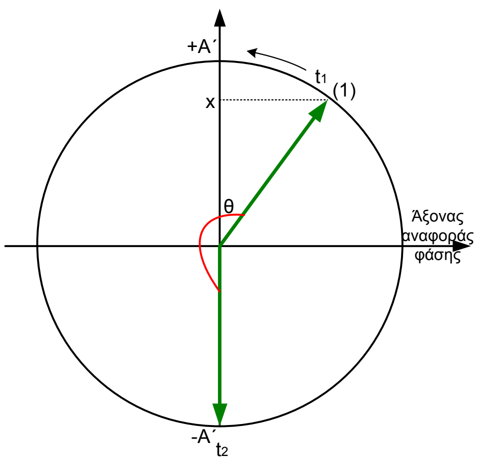
$$\tfrac{1}{2} D\cdot A^2 = K_{σαν} + \tfrac{1}{2} D\cdot x^2$$

όπου χ=0,1m, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά.

Το πλάτος της ΑΑΤ προκύπτει ίσο με $A=\frac{\sqrt{3}}{15}$m, οπότε τόση θα είναι και η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

Δ. Ο χρόνος κίνησης του δοκαριού από τη θέση με απομάκρυνση χ=0,1m μέχρι την αρνητική α-κραία θέση, όπου το ελατήριο έχει τη μέγιστη συσπείρωση μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια των στρεφόμενων διανυσμάτων ή και τριγωνομετρικά. Προσωπικά προτιμώ τα στρεφόμενα διανύ-σματα.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ο κύκλος αναφοράς της ταλάντωσης.



Τη στιγμή t_1 που το σώμα εγκαταλείπει το δοκάρι, αυτό βρίσκεται σε απομάκρυνση χ=0,1m κινού-μενο προς τα δεξιά, δηλαδή προς την θετική ακραία θέση. Έτσι το στρεφόμενο διάνυσμα θα είναι στη θέση (1) του κύκλου αναφοράς.

Τότε η γωνία θ θα είναι:

$$συνθ=\frac{0{,}1}{\frac{\sqrt{3}}{15}}=\frac{1{,}5}{\sqrt{3}}=\frac{1{,}5\cdot\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

οπότε θ=π/6

Μέχρι να φτάσει το δοκάρι στην αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσής του, το στρεφόμενο διά-νυσμα θα έχει διαγράψει γωνία:

$$Δφ=θ+π=7π/6$$

οπότε το ζητούμενο χρονικό διάστημα θα είναι:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{7}{12}\cdot T$$

όπου $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{1{,}6}{75}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}16\cdot 10}{25\cdot 3}} = 2\pi\cdot\frac{0{,}4\pi}{5\sqrt{3}} = \frac{8}{5\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{15}\text{s}$

Άρα $\Delta t = \frac{7}{12}\cdot\frac{8\sqrt{3}}{15} = \frac{14\sqrt{3}}{45}\text{s}$

Σχόλιο:

Όσο το σώμα βρίσκεται πάνω στη σανίδα, οπότε αυτή δέχεται τριβή ολίσθησης, η κίνησή της δεν είναι τμήμα ΑΑΤ, μιας και δεν μπορούμε να αποδώσουμε δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στο σύστημα σανίδα-ελατήριο με την παρουσία της μη συντηρητικής τριβής ολίσθησης.

Για το θέμα αυτό έχει γίνει εκτεταμένη συζήτηση στο δίκτυό μας.

Έτσι το ερώτημα για την κινητική ενέργεια της σανίδας αντιμετωπίστηκε με την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας, συμπεριλαμβανομένης και της παραγόμενης θερμικής ενέργειας λόγω της τριβής ολίσθησης.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Ελευθερία Νασίκα