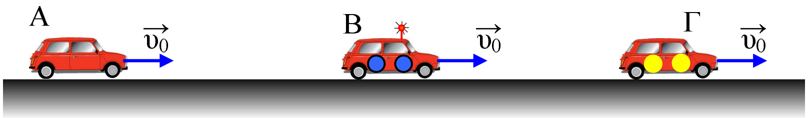
Τρία αυτοκίνητα και φαινόμενο Doppler.

Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο κινούνται τρία αυτοκίνητα Α,Β και Γ με την ίδια σταθερή ταχύτητα υ_0=10m/s, όπως στο σχήμα. Το μεσαίο αυτοκίνητο διαθέτει μια σειρήνα, εκπέμποντας έναν αρμονικό ήχο συχνότητας f_s=3500Hz, για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα.



i) Να βρεθούν οι συχνότητες των ήχων που ακούνε οι οδηγοί των αυτοκινήτων Α και Γ.

ii) Να βρεθεί η απόσταση των αυτοκινήτων Α και Γ, από το αυτοκίνητο Β, αν γνωρίζουμε ότι η απόσταση (ΑΒ) είναι ίση με 7.000 μήκη κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του Α, ενώ η απόσταση (ΒΓ) είναι ίση με 7.000 μήκη κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του Γ αυτοκινήτου.

iii) Σε μια στιγμή, έστω t_0=0, το αυτοκίνητο Α επιταχύνεται με επιτάχυνση α=2m/s^2 μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα υ_1=30m/s, οπότε και συνεχίζει πλέον με σταθερή ταχύτητα μέχρι τη στιγμή t_1=15s.

α) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συχνότητας του ήχου που ακούει ο οδηγός του Α αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_1.

β) Πόσες ταλαντώσεις εκτέλεσε το τύμπανο του αυτιού του οδηγού του αυτοκινήτου Α από 0-t_1;

γ) Με πόσα μήκη κύματος, του ήχου που ακούει ο οδηγός του Α, είναι ίση η απόσταση μεταξύ των αυτοκινήτων Α και Β την στιγμή t_1;

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα υ=340m/s.

Απάντηση:

i) Οι οδηγοί και των δύο αυτοκινήτων Α και Γ, στο εξής παρατηρητές Α και Γ, ακούνε ήχο της ίδιας συχνότητας με τον ήχο που παράγει η πηγή, αφού κινούνται με την ίδια ταχύτητα. Πράγματι:

Για τον παρατηρητή Α: $f_A = \dfrac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon + \upsilon_B} f_B = f_B = f_s = 3.500 Hz$

Για τον παρατηρητή Γ: $f_\Gamma = \dfrac{\upsilon - \upsilon_\Gamma}{\upsilon - \upsilon_\Gamma} f_B = f_B = f_s = 3.500 Hz$

ii) Το μήκος κύματος του ήχου που φτάνει στον παρατηρητή Α είναι ίσο με:

$$\lambda_A = \lambda_o + \upsilon_s T = \frac{\upsilon}{f_s} + \frac{\upsilon_B}{f_s} = \frac{\upsilon + \upsilon_B}{f_s} = \frac{340+10}{3500} m = 0{,}1 m$$

Όπου λ_o το μήκος κύματος του ήχου, που θα παρήγετο, αν η πηγή ήταν ακίνητη.

Συνεπώς η απόσταση d_1 των αυτοκινήτων ΑΒ είναι ίση:

$$d_1 = N\lambda_A = 7.000 \cdot 0{,}1 m = 700 m$$

Ο παρατηρητής Γ αντίθετα βρίσκεται μπροστά από την κινούμενη πηγή και ο ήχος που φτάνει σε αυτόν, θα έχει μήκος κύματος:

$$\lambda_\Gamma = \lambda_o - \upsilon_s T = \frac{\upsilon}{f_s} - \frac{\upsilon_B}{f_s} = \frac{\upsilon - \upsilon_B}{f_s} = \frac{340-10}{3500}m = \frac{33}{350}m$$

Όπου λ_o το μήκος κύματος του ήχου, που θα παρήγετο, αν η πηγή ήταν ακίνητη.

Συνεπώς η απόσταση d_2 των αυτοκινήτων ΒΓ είναι ίση:

$$d_2 = N\lambda_\Gamma = 7.000 \cdot \frac{33}{350}m = 660m$$

iii) Το αυτοκίνητο Α εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση για την οποία $\upsilon_1=\upsilon_0+\alpha t \rightarrow$

$$t = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_0}{a} = \frac{30-10}{2}s = 10s$$

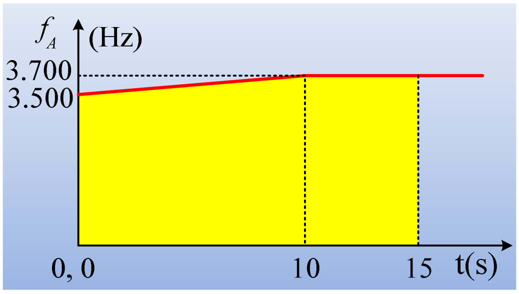
α) Στη διάρκεια της επιτάχυνσής του ακούει ήχο συχνότητας:

$$f_A = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon + \upsilon_B} f_B = \frac{340+10+2t}{340+10} \cdot 3.500 Hz = 3.500 + 20t \quad 0 \le t \le 10s$$

Ενώ στη συνέχεια σταθεροποιείται η ταχύτητά του, συνεπώς και η συχνότητα του ήχου στην τιμή

$$f_A = 3.500 + 20t = 3.700 Hz$$

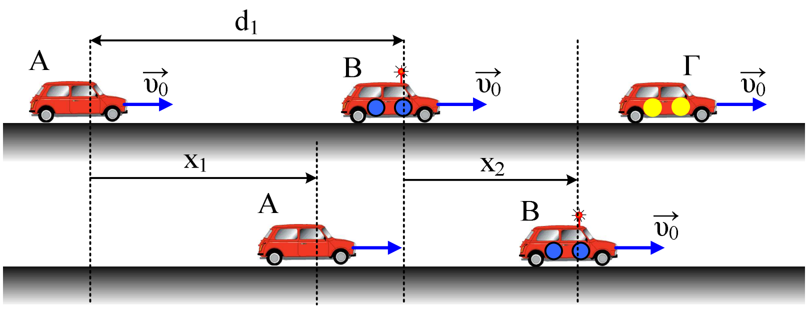
Οπότε η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



β) Αν η συχνότητα του ήχου είναι σταθερή, τότε ο αριθμός των ταλαντώσεων σε ορισμένο χρονικό διάστημα Δt θα είναι $N=f\cdot\Delta t$. Στην περίπτωσή μας όμως η συχνότητα δεν παραμένει σταθερή από 0-10s, οπότε θα υπολογίσουμε τον αριθμό των ταλαντώσεων υπολογίζοντας το εμβαδόν του χωρίου, που στο παραπάνω διάγραμμα έχει χρωματισθεί κίτρινο. Συνεπώς:

$$N = \frac{3.500+3.700}{2}10 + 3.700 \cdot 5 = 54.500 \text{ ταλαντώσεις}$$

γ) Από 0-15s, το αυτοκίνητο Β έχει μετατοπισθεί κατά $x_2=\upsilon_0 \cdot t_1=10 \cdot 15m=150m$.



Στο ίδιο χρονικό διάστημα, το Α αυτοκίνητο έχει διανύσει απόσταση $x_1=\Delta x_1+\Delta x_2$, όπου Δx_1 η μετατόπισή του από 0-10s και Δx_2 η αντίστοιχη από 10s-15s. Άρα:

$$x_1 = \left(\upsilon_0 t_1 + \frac{1}{2}at_1^2\right) + \upsilon_1 \cdot \Delta t = 10 \cdot 10m + \frac{1}{2}2 \cdot 10^2 m + 30 \cdot 5m = 350m$$

Οπότε, με βάση και το παραπάνω σχήμα, η απόσταση των δύο οχημάτων είναι:

$$s = x_2 + (d_1 - x_1) = 150m + (700m - 350m) = 500m.$$

Απόσταση που αντιστοιχεί σε $N_1 = \frac{s}{\lambda_A} = \frac{500}{0,1} = 5.000$ μήκη κύματος.

Σχόλια:

1) Το μήκος κύματος του ήχου, εξαρτάται μόνο από την ταχύτητα της πηγής Β και για όλα τα σημεία που βρίσκονται μπροστά από το Β έχει μήκος κύματος $\lambda_\Gamma = \lambda_o - \upsilon_s T = \frac{33}{350}m$, ενώ για όλα τα σημεία πίσω από την πηγή είναι $\lambda_A = \lambda_o + \upsilon_s T = 0,1m$ και αυτό ανεξάρτητα από το αν οι παρατηρητές Α και Γ κινούνται και πώς.

2) Αν ο παρατηρητής Α ήταν **ακίνητος**, θα άκουγε ήχο συχνότητας :

$$f'_A = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_B} f_B = \frac{340}{340+10} 3.500Hz = 3.400Hz$$

Οπότε σε χρονικό διάστημα 15s το τύμπανο του αυτιού του θα εκτελούσε $N_1' = f'_A \cdot \Delta t = 3.400 \cdot 15 = 51.000$ ταλαντώσεις. Αλλά επειδή κινείται, κατά την διάρκεια της κίνησής του θα συναντά κύματα με μήκος κύματος $\lambda_A = 0,1m$, συνεπώς διανύοντας σε 15s απόσταση $x_1 = 350m$, θα συναντήσει $N'_2 = \frac{x_1}{\lambda_A} = \frac{350}{0,1} = 3.500$ πυκνώματα (ή αραιώματα αν προτιμάτε…) συνεπώς θα εκτελέσει 3.500 ταλαντώσεις επιπλέον. Έτσι ο αριθμός των ταλαντώσεων συνολικά θα είναι:

$$N = N'_1 + N'_2 = 51.000 + 3.500 = 54.500$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης