

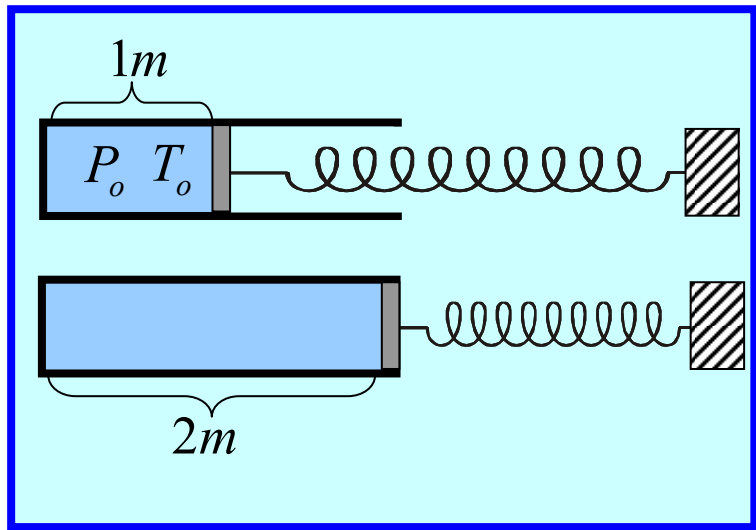
Το αέριο και το ελατήριο.

Το δοχείο περιέχει ιδανικό μονοατομικό αέριο.

Η εξωτερική πίεση είναι $P_{εξ} = 10^5 Pa$ και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Το εμβαδόν διατομής του εμβόλου είναι $A = 10^{-3} m^2$.

Το αέριο θερμαίνεται αργά.



Η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 100 \frac{N}{m}$.

Στο σχήμα απεικονίζονται η αρχική κατάσταση (επάνω) και η τελική (κάτω).

Θεωρείστε γνωστό το ότι ένα ελατήριο ασκεί δύναμη $F_{ελ} = k \cdot x$, αντίθετη της παραμόρφωσής του (x η παραμόρφωση του ελατηρίου).

1. Να παρασταθεί σε διάγραμμα P-V η μεταβολή του αερίου.
2. Να υπολογίσετε το έργο που παρήγαγε το αέριο του δοχείου και η θερμότητα που προσφέρθηκε σ' αυτό.

Απάντηση:

Το έμβολο δέχεται 3 δυνάμεις.

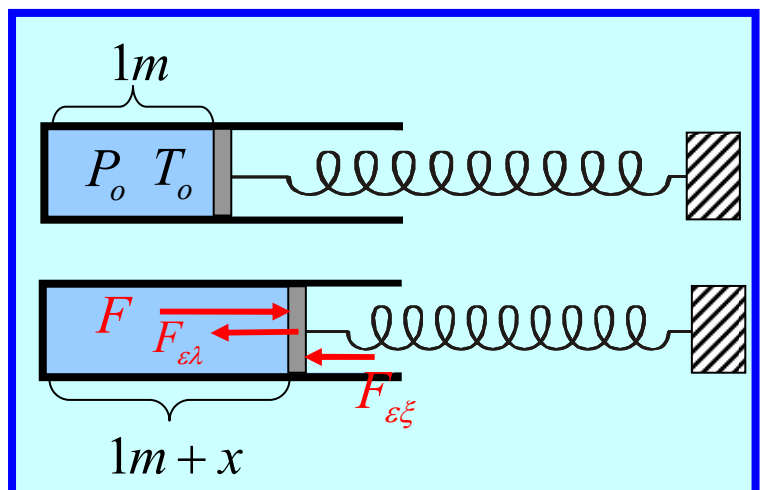
Την F που οφείλεται στην πίεση του αερίου.

Την $F_{ελ} = k \cdot x$.

Την $F_{εξ}$ από την ατμόσφαιρα.

Η πολύ αργή και με σταθερή ταχύτητα κίνηση του εμβόλου επιβάλλει συνισταμένη δυνάμεων μηδέν.

Δηλαδή:



$$F = F_{εξ} + k \cdot x \quad (1)$$

Στην αρχική κατάσταση $x = 0$ οπότε:

$$F_o = F_{εξ} \Rightarrow \frac{F_o}{A} = \frac{F_{εξ}}{A} \Rightarrow P_o = P_{εξ} = 10^5 Pa$$

Για τον όγκο V του αερίου στην τυχαία θέση ισχύει ότι $V = A \cdot (1m + x) \Rightarrow x = \frac{V}{A} - 1m$.

Η (1) γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{F}{A} &= \frac{F_{εξ}}{A} + \frac{k}{A} \cdot \left(\frac{V}{A} - 1m \right) \\ \Rightarrow P &= P_{εξ} + \frac{k}{A^2} \cdot V - \frac{k}{A} \cdot 1m = 10^5 + \frac{10^2}{10^{-6}} \cdot V - \frac{10^2}{10^{-3}} \quad (\text{S.I.}) \\ &\Rightarrow P = 10^8 \cdot V \quad (\text{S.I.}) \end{aligned}$$

Ο αρχικός όγκος είναι:

$$V_o = A \cdot 1m = 10^{-3} m^3$$

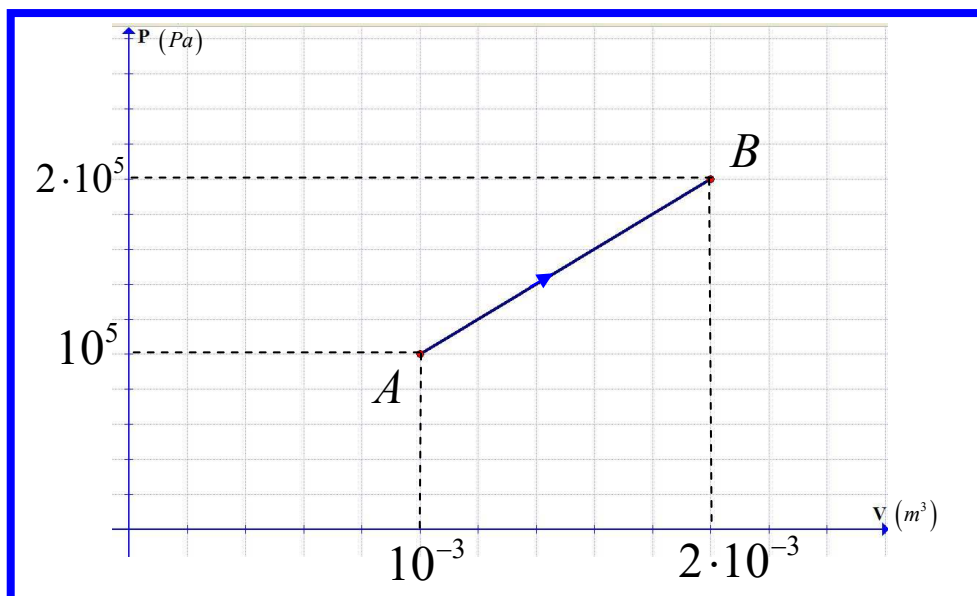
Ο τελικός όγκος είναι εμφανώς διπλάσιος, δηλαδή:

$$V_\tau = 2V_o = 2 \cdot 10^{-3} m^3$$

Η τελική πίεση είναι $P_\tau = 10^8 \cdot V_\tau = 2 \cdot 10^5 Pa$

1. Θα κάνουμε το διάγραμμα P-V

Πρόκειται για ευθύγραμμο τμήμα διότι η σχέση $P = 10^8 \cdot V$ είναι 1^{ου} βαθμού.



Το παραχθέν έργο είναι όσο το εμβαδόν.

$$W = \frac{10^5 + 2 \cdot 10^5}{2} \cdot (2 \cdot 10^{-3} - 10^{-3}) J = 150 J$$

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι:

$$\Delta U = n \cdot C_v (T_B - T_A) = n \cdot \frac{3}{2} R (T_B - T_A) = \frac{3}{2} (n \cdot R \cdot T_B - n \cdot R \cdot T_A) = \frac{3}{2} (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A)$$

Με αντικατάσταση έχουμε $\Delta U = 450 J$

Από το 1^ο θερμοδυναμικό αξίωμα έχουμε:

$$Q = \Delta U + W = 450 J + 150 J = 600 J$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζουν πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Γιάννης Κυριακόπουλος