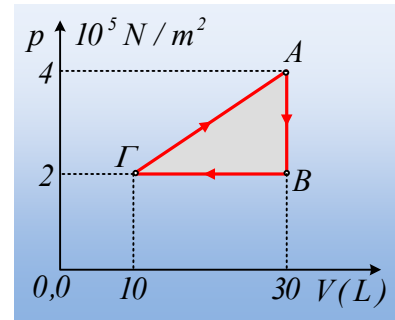


Θερμική μηχανή και γραμμομοριακή ειδική θερμότητα.

Μια θερμική μηχανή διαγράφει τον κύκλο του διπλανού σχήματος εκτελώντας 3.000 στροφές/λεπτό.



- i) Ποια η μηχανική ισχύς της μηχανής;
- ii) Αν το αέριο στη διάρκεια της μεταβολής AB, αποβάλλει θερμότητα 12.000J στο περιβάλλον του, να υπολογιστεί η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα του αερίου της μηχανής, στη διάρκειά της.
- iii) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής αυτής.
- iv) Να βρεθεί ο λόγος $v_{evA}/v_{ev\Gamma}$ των ενεργών ταχυτήτων των μορίων του αερίου, μεταξύ των καταστάσεων A και Γ.

Δίνεται $R \approx 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$.

Απάντηση:

- i) Σε κάθε κυκλική μεταβολή το αέριο παράγει έργο, αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν που περικλείει η κυκλική μεταβολή.

$$W_1 = \frac{1}{2}(B\Gamma)(AB) = \frac{1}{2} 20 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ J} = 2.000 \text{ J}$$

Κατά συνέπεια η ισχύς της θερμικής μηχανής είναι:

$$P = \frac{W_{ολ}}{t} = \frac{3.000 \cdot 2.000 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 100.000 \text{ W} = 100 \text{ kW}$$

- ii) Η μεταβολή AB είναι ισόχωρη ψύξη, στη διάρκεια της οποίας το αέριο αποβάλλει θερμότητα:

$$Q = nC_v \Delta T \rightarrow C_v = \frac{Q_{AB}}{n(T_B - T_A)} = \frac{Q_{AB}}{\frac{p_B V_B}{R} - \frac{p_A V_A}{R}} = \frac{Q_{AB}}{V_A(p_B - p_A)} R \rightarrow$$

$$C_v = \frac{-12.000}{30 \cdot 10^{-3} (2 - 4) \cdot 10^5} R = 2R = 16,6 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

- iii) Στη διάρκεια της μεταβολής AB το αέριο αποβάλλει θερμότητα, όπως επίσης αποβάλλει θερμότητα στη διάρκεια της μεταβολής BΓ, αφού $Q_{B\Gamma} = nC_v \Delta T < 0$. Συνεπώς στη μόνη μεταβολή, που το αέριο απορροφά θερμότητα, είναι η μεταβολή ΓΑ, για την οποία έχουμε:

$$\Delta U_{\Gamma A} = nC_v \Delta T = n \cdot 2R \left(\frac{p_A V_A}{nR} - \frac{p_\Gamma V_\Gamma}{nR} \right) = 2(p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma) \rightarrow$$

$$\Delta U_{\Gamma A} = 2(p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma) = 2(4 \cdot 10^5 \cdot 30 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}) \text{ J} = 20.000 \text{ J}$$

$$\text{Ενώ } W_{\Gamma A} = \frac{B + \beta}{2} V = \frac{(4 + 2) \cdot 10^5}{2} 20 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 6.000 \text{ J}$$

$$\text{Οπότε: } Q_{\Gamma A} = \Delta U_{\Gamma A} + W_{\Gamma A} = 20.000 \text{ J} + 6.000 \text{ J} = 26.000 \text{ J}$$

Κατά συνέπεια η απόδοση της μηχανής είναι:

$$e = \frac{W_c}{Q_h} = \frac{2.000}{26.000} = \frac{1}{13}$$

iv) Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου δίνεται από την εξίσωση:

$$v_{ev} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\text{Έτσι: } \frac{v_{ev/A}}{v_{ev/\Gamma}} = \frac{\sqrt{\frac{3RT_A}{M}}}{\sqrt{\frac{3RT_\Gamma}{M}}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_\Gamma}} = \sqrt{\frac{p_A V_A}{nR}} = \sqrt{\frac{p_A V_A}{p_\Gamma V_\Gamma}}$$

$$\frac{v_{ev/A}}{v_{ev/\Gamma}} = \sqrt{\frac{p_A V_A}{p_\Gamma V_\Gamma}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^5 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{6}$$

Σχόλιο:

Μόνο για καθηγητές.

Το αέριο της μηχανής προφανώς είναι ένα μίγμα αερίων, αφού για μονοατομικό αέριο $C_v = 3/2 R$, ενώ εδώ υπολογίσαμε $C_v = 2R$. **Θα μπορούσε** λοιπόν να ήταν ένα μίγμα ενός μονοατομικού αερίου X και ενός διατομικού αερίου Y με x και y mol αντίστοιχα. Για την θερμότητα στην AB έχουμε:

$$Q_{AB} = Q_{X/AB} + Q_{Y/AB} \rightarrow$$

$$(x+y) \cdot 2R \cdot \Delta T = x \cdot \frac{3}{2} R \Delta T + y \cdot \frac{5}{2} R \Delta T \rightarrow x=y.$$

Θα μπορούσαμε λοιπόν, να είχαμε ένα ισομοριακό μίγμα που να αποτελείται He και N₂.

Τα μόρια του He εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση με ενεργό ταχύτητα $v_{ev/1} = \sqrt{\frac{3RT}{M_1}}$ ενώ τα μόρια του

N₂ εκτελούν επιπλέον και περιστροφική κίνηση. Αλλά η ενεργός ταχύτητα των μορίων του συνδέεται με την

μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων, με αποτέλεσμα και πάλι $v_{ev/2} = \sqrt{\frac{3RT}{M_2}}$, οπότε:

$$\frac{v_{ev/1}}{v_{ev/2}} = \frac{\sqrt{\frac{3RT}{M_1}}}{\sqrt{\frac{3RT}{M_2}}} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} = \sqrt{\frac{28}{4}} = \sqrt{7} \approx 2,6$$

Πράγμα που σημαίνει, ότι αν τα μόρια του N₂ έχουν ενεργό ταχύτητα 500m/s, σε μια ορισμένη θερμοκρασία, τα μόρια του He έχουν αντίστοιχα ταχύτητα 1300m/s.

Αλλά τότε τι ακριβώς είναι ο λόγος που υπολογίσαμε στο ερώτημα iv);

Αν πάρουμε το λόγο των ενεργών ταχυτήτων των μορίων του He μεταξύ των καταστάσεων A και Γ, ο λόγος αυτός είναι ίσος με $\sqrt{6}$, αλλά $\sqrt{6}$ είναι και ο αντίστοιχος λόγος για τις ενεργές ταχύτητες των μορίων του

N₂.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης