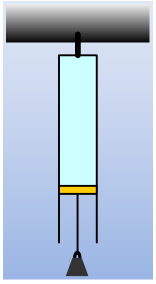
Εκτονώνοντας ένα αέριο.



Από το ταβάνι κρέμεται ένας σωλήνας κυλινδρικού σχήματος, διατομής A=10cm^2, με αδιαβατικά τοιχώματα, στον οποίο περιέχεται ένα μονοατομικό ιδανικό αέριο, θερμοκρασίας 27°C. Ο σωλήνας κλείνεται στο κάτω μέρος του με αδιαβατικό έμβολο, αμελητέου βάρους, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το έμβολο απέχει από το πάνω μέρος του σωλήνα κατά h=50cm. Σε μια στιγμή κρεμάμε, μέσω νήματος, από το έμβολο ένα σώμα βάρους 20N και το αφήνουμε να κινηθεί. Παρατηρούμε ότι το σώμα ανεβοκατεβαίνει για λίγο και τελικά ηρεμεί χαμηλότερα σε απόσταση y=7cm.

i) Να υπολογιστεί η τελική πίεση και θερμοκρασία του αερίου.

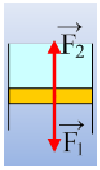
ii) Να παραστήσετε την παραπάνω μεταβολή του αερίου σε άξονες p-V.

iii) Να βρεθεί το έργο που παράγει το αέριο στη διάρκεια της μεταβολής.

iv) Πόση ενέργεια μεταφέρεται στην ατμόσφαιρα στη διάρκεια του πειράματος;

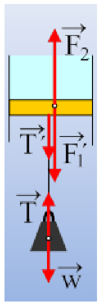
Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατ}$=1atm=10^{5}N/m^2.

Απάντηση:



i) Πριν κρεμάσουμε το σώμα, το έμβολο ισορροπεί δεχόμενο, μια δύναμη F_1 από το αέριο και δύναμη F_2 από την ατμόσφαιρα, συνεπώς $F_1=F_2$ ή $p_1 \cdot A=p_{ατ} \cdot A \rightarrow p_1=p_{ατ}=10^5 N/m^2$.

Στην τελική κατάσταση εκτός των παραπάνω δυνάμεων ασκείται στο έμβολο και η τάση T΄ του νήματος. Αλλά το σώμα ισορροπεί, οπότε $\Sigma \vec{F}=0 \rightarrow T=w=20N$.



Αλλά και το έμβολο ισορροπεί, οπότε $\Sigma \vec{F}=0 \rightarrow F_2-T'-F_1'=0 \rightarrow$

$F_1'=F_2-w$ και με διαίρεση με το εμβαδόν του εμβόλου, παίρνουμε:

$$\frac{F_1'}{A}=\frac{F_2}{A}-\frac{w}{A} \rightarrow$$

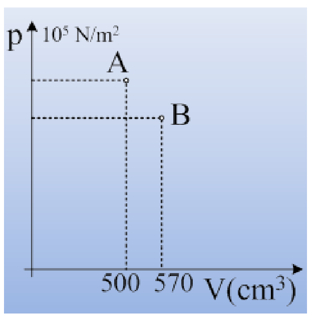
$$p_1=p_{ατ}-\frac{w}{A}=10^5 N/m^2-\frac{20N}{10\cdot 10^{-4}m^2}=0,8\cdot 10^5 N/m^2$$

Εφαρμόζοντας εξάλλου το συνδυαστικό νόμο των ιδανικών αερίων* μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης παίρνουμε:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2} \rightarrow T_2=\frac{p_2V_2}{p_1V_1}T_1=\frac{p_2A(h+y)}{p_1Ah}T_1=\frac{p_2(h+y)}{p_1h}T_1 \rightarrow$$

$$T_2=\frac{p_2(h+y)}{p_1h}T_1=\frac{0,8\cdot 10^5\cdot 57\cdot 10^{-2}}{1\cdot 10^5\cdot 50\cdot 10^{-2}}300K=273,6K$$

ii) Η παραπάνω μεταβολή είναι μη αντιστρεπτή, συνεπώς μόνο η αρχική και η τελική κατάσταση είναι καταστάσεις ισορροπίας και το ζητούμενο διάγραμμα είναι όπως στο διπλανό σχήμα.



iii) Από τον 1^{ο} θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q=\Delta U+W \rightarrow W=-\Delta U$$

Αφού τα τοιχώματα είναι αδιαβατικά οπότε Q=0. Αλλά:

$$U=\frac{3}{2}nRT\rightarrow$$

$$\Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{2}\frac{p_1V_1}{T_1}\Delta T\rightarrow$$

$$W=-\Delta U=-\frac{3}{2}\frac{p_1V_1}{T_1}\Delta T=-\frac{3}{2}\frac{10^5\cdot 5\cdot 10^{-4}}{300}(273{,}6-300)J=6{,}6J$$

iv) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το έμβολο κατά τη διάρκεια της μεταβολής παίρνουμε:

$$K_{τελ}\text{-}K_{αρχ}=W_w+W_{F/αερ}+W_{F/ατμ}\rightarrow$$

$$0\text{-}0=w\cdot y+W+\ W_{F/ατμ}\rightarrow$$

$$W_{F/ατμ}=\text{-}w\cdot y\text{-}W=\text{-}20\cdot 0{,}07J\text{-}6{,}6J=\text{-}8J.$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα μας δίνει το έργο της δύναμης, το οποίο εκφράζει την ενέργεια, που η ατμόσφαιρα προσφέρει στο έμβολο και από τη στιγμή που προέκυψε αρνητικό, σημαίνει ότι μεταφέρεται ενέργεια 8J, από το έμβολο (και συνεπώς από το αέριο) στην ατμόσφαιρα.

Σχόλια:

1) Θα μπορούσε κάποιος να υποστηρίξει ότι το έργο της δύναμης που ασκεί η ατμόσφαιρα στο έμβολο υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$W_{F/ατμ}=\text{-}F_{ατμ}\cdot y=\text{-}p_{ατ}\cdot A\cdot y$$

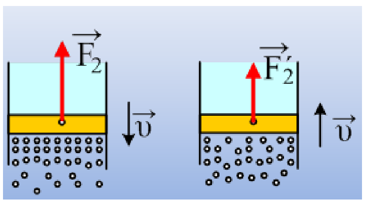
και με αντικατάσταση θα υπολόγιζε: $W_{F/ατμ}=\text{-}p_{ατ}\cdot A\cdot y$ = - $10^5\cdot 10\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}07$J= - 7J.

Οπότε η ενέργεια που μεταφέρεται από το έμβολο στην ατμόσφαιρα θα ήταν 7J και όχι 8J!!!

Πού γίνεται το λάθος;

Αν η μεταβολή ήταν αντιστρεπτή (πράγμα που την πράξη σημαίνει ότι πραγματοποιείται πάρα πολύ αργά) η ενέργεια θα ήταν πράγματι 7J, αφού δεν θα ήταν τίποτα άλλο από το έργο μιας σταθερής δύναμης, που τελικά μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά 7cm.

Αλλά τώρα ας δούμε τι συμβαίνει στο εξωτερικό μέρος του εμβόλου κατά την κάθοδο και την άνοδο, όσον αφορά την πυκνότητα του αέρα:



Κατά την κάθοδο, καθώς κινείται το έμβολο, στο εξωτερικό του δημιουργείται ένα πύκνωμα (μεγαλύτερη πυκνότητα αέρα), σε αντίθεση με την περίπτωση της προς τα πάνω κίνησής του, που δημιουργείται αραίωμα. Αλλά τότε η δύναμη που ασκεί η ατμόσφαιρα στο έμβολο είναι μεγαλύτερου μέτρου κατά την κάθοδο, παρά κατά την άνοδο!!!

Αν πάρουμε τώρα το έμβολο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του (κατά το ανεβοκατέβασμά του) να κατεβαίνει κατά 1cm και ύστερα να ανεβαίνει κατά 1cm. Θα περίμενε κανείς αυτό να μην έχει καμιά σημασία, όμως:

Το έργο της F_2 είναι αρνητικό (το έμβολο χάνει ενέργεια), ενώ το έργο της F_2' είναι θετικό (το έμβολο κερδίζει ενέργεια από την ατμόσφαιρα). Αλλά με βάση την παρατήρηση ότι $|F_2|>|F_2'|$ θα έχουμε και ότι $|W_κ|>|W_{αν}|$, δηλαδή ενώ μιλάμε για την ίδια (κλειστή) διαδρομή, η ατμόσφαιρα παίρνει μεγαλύτερη ενέργεια κατά την κάθοδο από αυτήν που επιστρέφει κατά την άνοδο του εμβόλου.

Έτσι συνολικά στη διάρκεια της μη αντιστρεπτής μεταβολής η ατμόσφαιρα κερδίζει περισσότερη ενέργεια (8J), από αυτήν που κέρδιζε στην περίπτωση της αντιστρεπτής (7J).

Βέβαια αυτό έχει και κάποιες άλλες συνέπειες! Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του σώματος και η μείωση της εσωτερικής ενέργειας του αερίου, θα μας δίνει την ενέργεια που μεταφέρεται στην ατμόσφαιρα. Και αν η δυναμική ενέργεια του σώματος θεωρηθεί σταθερή και ίση με 1,4J, τότε αν η μεταβολή ήταν αντιστρεπτή το αέριο θα έχανε μόνο; 5,6J, ενώ τώρα χάνει 6,6J! Ή για να το πούμε διαφορετικά, τώρα μειώθηκε περισσότερο η θερμοκρασία του αερίου!

2) Αν πάρουμε την καταστατική εξίσωση για τις καταστάσεις Α και Β έχουμε:

$$P_1 \cdot V_1 = nRT_1 \quad \text{και}$$

$$P_2 \cdot V_2 = nRT_2$$

Με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Η τελευταία εξίσωση αναφέρεται ως «συνδυαστικός νόμος» των ιδανικών αερίων, ο οποίος στην πραγματικότητα περιλαμβάνει και τους τρεις νόμους που έχουμε στο βιβλίο.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης