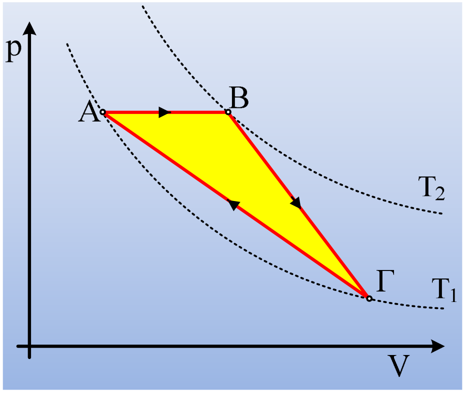
Έργα κατά τις μεταβολές αερίου.

Ένα αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος για την οποία δίνονται:

$p_A=p_B=10\cdot10^5 N/m^2$, $V_A=2L$ και $T_1=300K$, $V_B=5L$ και $V_\Gamma=10L$.



i) Να υπολογιστεί η απόλυτη θερμοκρασία στην κατάσταση Β και η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ.

ii) Να υπολογισθεί το έργο που παράγει το αέριο σε κάθε μεταβολή.

iii) Να υπολογιστεί η θερμότητα που ανταλλάσσει στο αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΓΑ.

Απάντηση:

i) Για την ισοβαρή θέρμανση ΑΒ ισχύει ο νόμος του Gay-Lussac, από όπου βρίσκουμε:

$$\frac{V_A}{T_A}=\frac{V_B}{T_B}\rightarrow T_2=T_B=\frac{V_B}{V_A}T_A=\frac{5L}{2L}300K=750K$$

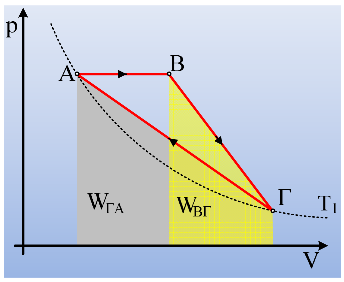
Εξάλλου από το συνδυαστικό νόμο των ιδανικών αερίων, μεταξύ των καταστάσεων Β και Γ παίρνουμε:

$$\frac{p_BV_B}{T_B}=\frac{p_\Gamma V_\Gamma}{T_\Gamma}\rightarrow p_\Gamma=\frac{p_BV_BT_\Gamma}{T_BV_\Gamma}=\frac{10\cdot10^5 N/m^2\cdot5L\cdot300K}{750K\cdot10L}N/m^2=2\cdot10^5 N/m^2$$

ii) Το έργο κατά την ισοβαρή θέρμανση (εκτόνωση) ΑΒ μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση:

$$W_{AB}=p\Delta V=10\cdot10^5\cdot(5\cdot10^{-3}-2\cdot10^{-3})J=3.000J$$

Το έργο όμως κατά τη διάρκεια των δύο άλλων μεταβολών, θα υπολογιστεί μέσω του εμβαδού του χωρίου μεταξύ της μεταβολής και του άξονα των όγκων, αφού $W=\Sigma p\Delta V$, μιας και η πίεση δεν παραμένει σταθερή. Αξίζει να τονισθεί ότι $W_{B\Gamma}>0$, αφού το αέριο εκτονώνεται ($V_\Gamma>V_B$), ενώ $W_{\Gamma A}<0$, αφού το αέριο συμπιέζεται ($V_A<V_\Gamma$).



$$W_{B\Gamma}=\frac{p_B+p_\Gamma}{2}(V_\Gamma-V_B)=\frac{(10+2)10^5}{2}(10-5)\cdot10^{-3}J\rightarrow$$

$$W_{B\Gamma}=3.000J$$

$$W_{\Gamma A}=-\frac{p_A+p_\Gamma}{2}(V_\Gamma-V_A)=-\frac{(10+2)\cdot10^5}{2}(10-2)\cdot10^{-3}J\rightarrow$$

$$W_{\Gamma A}=-4800J\ .$$

iii) Κατά τη μεταβολή ΓΑ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι ΔU=0, αφού η θερμοκρασία στις καταστάσεις Α και Γ είναι ίδια ($T_A=T_\Gamma=T_1$), οπότε από το 1° θερμοδυναμικό αξίωμα παίρνουμε:

$$Q_{\Gamma A} = \Delta U_{\Gamma A} + W_{\Gamma A} = -4.800J$$

Σχόλια:

1) Κατά τη μεταβολή ΓΑ, το αέριο απορροφά ενέργεια μέσω έργου ίσο με 4.800J, την οποία αποβάλλει στο περιβάλλον μέσω θερμότητας, χωρίς να μεταβάλλεται η εσωτερική του ενέργεια.

2) Αντί να χρησιμοποιήσουμε το συνδυαστικό νόμο για να συνδέσουμε τις καταστάσεις Β και Γ, θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε το νόμο του Boyℓe για τις καταστάσεις Α και Γ, στις οποίες έχουμε την ίδια θερμοκρασία:

$$p_A V_A = p_\Gamma V_\Gamma \rightarrow p_\Gamma = \frac{p_A V_A}{V_\Gamma} = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 2}{10} N/m^2 = 2 \cdot 10^5 N/m^2 .$$

3) Αν πάρουμε την καταστατική εξίσωση για τις καταστάσεις Β και Γ έχουμε:

$$P_B \cdot V_B = nRT_B \quad \text{και}$$

$$P_\Gamma \cdot V_\Gamma = nRT_\Gamma$$

Με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{p_B V_B}{p_\Gamma V_\Gamma} = \frac{T_B}{T_\Gamma}$$

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma V_\Gamma}{T_\Gamma}$$

Η τελευταία εξίσωση αναφέρεται ως «συνδυαστικός νόμος» των ιδανικών αερίων, ο οποίος στην πραγματικότητα περιλαμβάνει και τους τρεις νόμους που έχουμε στο βιβλίο.

Δοκιμάστε τι θα βγάλει αν Τ=σταθ. ή αν θέσετε V=σταθ.

Επιμέλεια
Διονύσης Μάργαρης