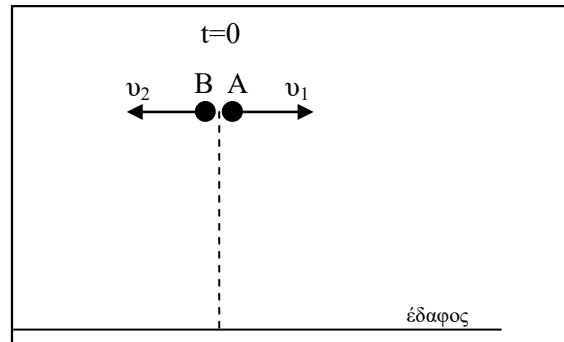


### Τρεις ασκήσεις Οριζόντιας βολής

- 1) Τη χρονική στιγμή  $t=0$  τα σημειακά αντικείμενα A και B εκτοξεύονται από ένα σημείο που απέχει κατακόρυφη απόσταση  $h=80\text{m}$  από το έδαφος, με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου  $v_1=10\text{m/s}$  και  $v_2=30\text{m/s}$  αντίστοιχα.



- α) Να συγκρίνεται τους χρόνους πτώσης των δύο σωμάτων.  
 β) Να υπολογίσετε την μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$ .  
 γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση που μπορούν να βρεθούν τα δύο σωματίδια μέχρι τη στιγμή που θα ακουμπήσουν στο έδαφος.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

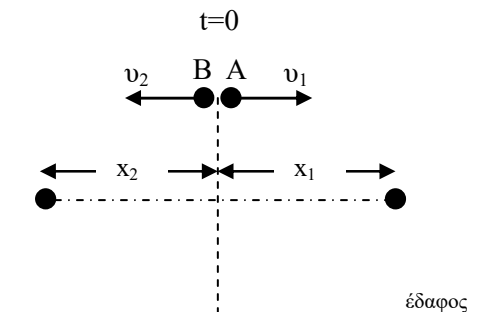
#### Λύση

- α) Ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{y=h} t_{\text{καθ.}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow t_{\text{καθ.}} = 4\text{s}$$

και είναι ίδιος και για τα δύο σώματα.

- β) Στον κατακόρυφο άξονα διανύουν την ίδια απόσταση ( $y=gt^2/2$ ) από το σημείο που εκτοξευθήκαν, άρα βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κάθε χρονική στιγμή. Η μεταξύ τους απόσταση εξαρτάται μόνο από τις αποστάσεις  $x_1$  και  $x_2$  που διανύει το καθένα στον οριζόντιο άξονα.



Το σώμα A διανύει στον οριζόντιο άξονα απόσταση

$$x_1 = v_1 \cdot t \rightarrow x_1 = 10 \cdot 2 \rightarrow x_1 = 20\text{m}$$

Το σώμα B αντίστοιχα διανύει απόσταση

$$x_2 = v_2 \cdot t \rightarrow x_2 = 30 \cdot 2 \rightarrow x_2 = 60 \text{ m}$$

Άρα η μεταξύ τους απόσταση είναι  $x_{ολ.} = x_1 + x_2 = 20 + 60 = 80 \text{ m}$

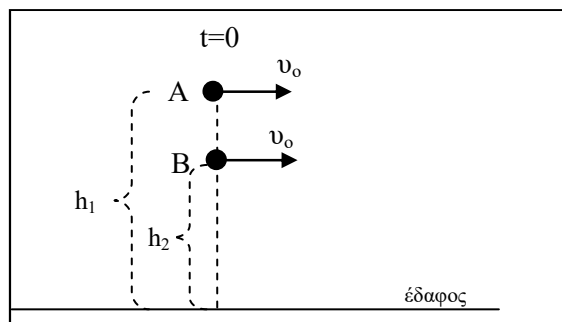
γ) Τα σώματα θα βρεθούν σε μέγιστη απόσταση όταν φτάνουν (ταυτόχρονα) στο έδαφος.

$$x'_1 = v_1 \cdot t_{καθ.} \rightarrow x'_1 = 10 \cdot 4 \rightarrow x'_1 = 40 \text{ m και}$$

$$x'_2 = v_2 \cdot t_{καθ.} \rightarrow x'_2 = 30 \cdot 4 \rightarrow x'_2 = 120 \text{ m}$$

άρα η μέγιστη απόσταση ισούται με **160 m**

2) Τη χρονική στιγμή  $t=0$  τα σωματίδια A και B εκτοξεύονται με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου  $v_0=10\text{m/s}$  από σημεία που απέχουν από το έδαφος κατακόρυφη απόσταση  $h_1=90\text{m}$  και  $h_2=45\text{m}$ .



α) Να βρεθεί η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$ .

β) Να βρεθεί η απόσταση του σωματιδίου A από το σημείο πτώσης του σωματιδίου B τη χρονική στιγμή  $4\text{s}$ .

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

### Λύση

α) Αρχικά υπολογίζουμε τους χρόνους πτώσης των δύο σωμάτων από τη σχέση  $y=gt^2/2$ .

$$y \equiv gt^2 / 2 \xrightarrow{y_1=h_1} t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \rightarrow t_1 = 3\sqrt{2} \text{ s ενώ για το σώμα B έχουμε:}$$

$$y \equiv gt^2 / 2 \xrightarrow{y_1=h_2} t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \rightarrow t_2 = 3\text{s}$$

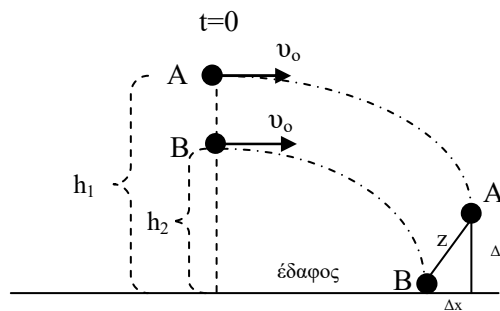
Οπότε τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$  και τα δύο σώματα βρίσκονται στον αέρα.

Τα σώματα έχουν την ίδια οριζόντια ταχύτητα ( $v_0$ ), άρα θα διανύουν την ίδια απόσταση στον οριζόντιο άξονα ( $x=v_0 \cdot t$ ), οπότε θα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο κάθε χρονική στιγμή.

Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και στον κατακόρυφο άξονα, τα σώματα διανύουν την ίδια κατακόρυφη απόσταση  $y=gt^2/2$ .

Άρα τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$  τα σώματα θα απέχουν απόσταση  $h=h_1-h_2=45\text{m}$ .

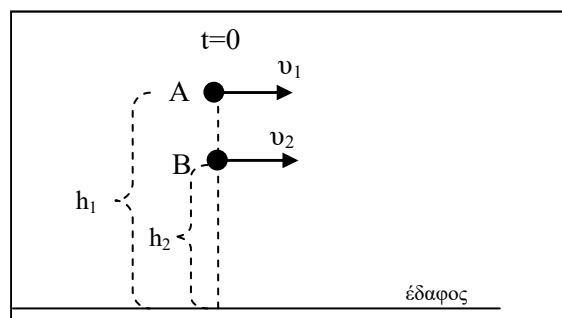
- β) Τη χρονική στιγμή  $t=4s$  το σώμα A θα έχει διανύσει στον κατακόρυφο άξονα απόσταση  $y_1 = gt^2 / 2 \rightarrow y_1 = 10 \cdot 4^2 / 2 \rightarrow y_1 = 80m$  άρα θα απέχει από το έδαφος απόσταση  $h_{εδ.} = h_1 - y_1 = 10m$ . Το σώμα B θα βρίσκεται στο έδαφος, άρα στον κατακόρυφο άξονα θα απέχουν  $\Delta y = 10m$ . Στο οριζόντιο άξονα τα δύο σώματα θα έχουν διανύσει απόστάσεις:  
 $x_1 = u_0 \cdot t_1 = 10 \cdot 3 = 30m$  ( Το B χτυπά στο έδαφος τη χρονική στιγμή  $t=3s$ ).  
 ενώ το σώμα A  
 $x_2 = u_0 \cdot t_2 = 10 \cdot 4 = 40m$  δηλαδή η μεταξύ τους απόσταση στον οριζόντιο άξονα θα είναι  $\Delta x = 10m$ .



Η ζητούμενη απόσταση υπολογίζεται από εφαρμόζοντας πυθαγόριο θεώρημα.

$$Z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 10\sqrt{2} \text{ m}.$$

- 3) Τη χρονική στιγμή  $t=0$  τα αμελητέων διαστάσεων σώματα A και B εκτοξεύονται από σημεία που απέχουν από το έδαφος κατακόρυφες αποστάσεις  $h_1=220m$  και  $h_2=180m$  με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου  $u_1=15m$  και  $u_2=10m$  αντίστοιχα.



Να βρεθεί η απόσταση των δύο σωματιδίων τη στιγμή που το σώμα B ακουμπά στο έδαφος.

Δίνεται  $g=10m/s^2$ . Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

### Λύση

Το B ακουμπά στο έδαφος τη χρονική στιγμή:

$$y = gt^2 / 2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \xrightarrow{y=h_2=180m} t = 6s$$

Μέχρι τη χρονική  $t=6s$  το κάθε σώμα θα έχει διανύσει οριζόντια απόσταση:

$$x_1 = v_1 \cdot t_1 = 15 \cdot 6 = 90\text{m} \quad \text{και} \quad x_2 = v_2 \cdot t_2 = 10 \cdot 6 = 60\text{m}$$

Στον οριζόντιο άξονα απέχουν απόσταση  $\Delta x = 30\text{m}$

Στον κατακόρυφο το κάθε σώμα διανύει απόσταση :

$$y_1 = y_2 = g \cdot t^2 / 2 = 10 \cdot 6^2 / 2 = 180\text{m} .$$

Στον κατακόρυφο άξονα θα απέχουν απόσταση  $\Delta y = (h_1 - y_1) - (h_2 - y_2) = h_1 - h_2 = 40\text{m}$ .

Άρα η απόσταση τους είναι  $Z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ m}$

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Γιάννης Αγγελόπουλος*