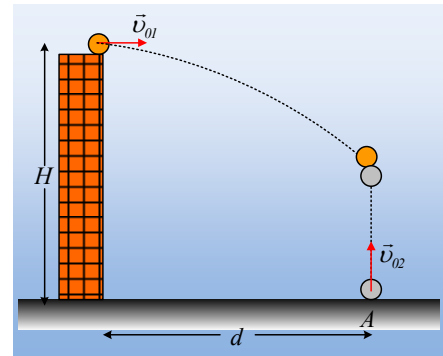


Δυο σώματα που πρόκειται να συγκρουστούν.

Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας σε ύψος $H=40\text{m}$ εκτοξεύεται οριζόντια, τη στιγμή $t_0=0$, μια μικρή σφαίρα μάζας $m_1=0,6\text{kg}$ με αρχική ταχύτητα $v_{01}=20\text{m/s}$. Ταυτόχρονα, μια δεύτερη σφαίρα μάζας $m_2=0,4\text{kg}$, εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω, από ένα σημείο A, το οποίο απέχει απόσταση $d=40\text{m}$ από την πολυκατοικία. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται στον αέρα πλαστικά, οπότε δημιουργείται ένα συσσωμάτωμα. Δίνεται ότι $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Ποια χρονική στιγμή έγινε η σύγκρουση των δύο σφαιρών.
- ii) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σφαιρών, ελάχιστα πριν την κρούση και αμέσως μετά.
- iii) Να υπολογιστεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της κρούσης.
- iv) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος, τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Απάντηση:

- i) Αφού η δεύτερη σφαίρα κινείται κατακόρυφα, η σύγκρουση θα συμβεί όταν η πρώτη σφαίρα διανύσει οριζόντια απόσταση d .

Αλλά παίρνοντας τους άξονες x και y , όπως στο διπλανό σχήμα, έχουμε για την κίνηση της πρώτης σφαίρας:

Άξονας x	Άξονας y
$v_1=v_{01}$ (1)	$v_{1y}=gt$ (3)
$x_1=v_{01}t$ (2)	$y_1=\frac{1}{2}gt^2$ (4)

Από την (2) παίρνουμε $d=v_{01} \cdot t_1 \rightarrow t_1 = \frac{d}{v_{01}} = \frac{40}{20} \text{ s} = 2 \text{ s}$.

- ii) Η πρώτη σφαίρα έχει αποκτήσει κατακόρυφη ταχύτητα $v_{1y}=gt_1=10 \cdot 2\text{m/s}=20\text{m/s}$. Αλλά τότε η ταχύτητά

του v_1 έχει μέτρο $v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} \text{ m/s} = 20\sqrt{2} \text{ m/s}$, ενώ σχηματίζει με την οριζόντια

διεύθυνση γωνία θ , όπου $\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = 1$ ή $\theta=45^\circ$.

Η πρώτη σφαίρα έχει κατέλθει κατά $y_1=\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \text{ m} = 20\text{m}$, οπότε η δεύτερη σφαίρα έχει ανέβει κατά $\Delta y=H-y_1=40\text{m}-20\text{m}=20\text{m}$. Αλλά η μετατόπιση αυτή, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, δίνεται από την εξίσωση:

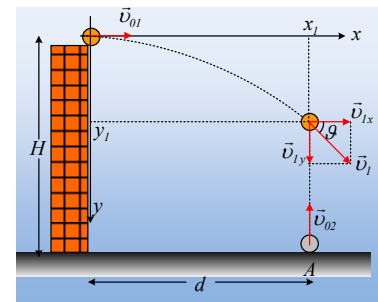
$$\Delta y = v_{02}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \rightarrow$$

$$20 = v_{02} \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \rightarrow 2v_{02} = 20 + 20 \rightarrow v_{02} = 20\text{m/s}.$$

Αλλά τότε η ταχύτητά της ελάχιστα πριν την κρούση έχει ταχύτητα:

$$v_2 = v_{02} - gt = 20\text{m/s} - 10 \cdot 2\text{m/s} = 0$$

Εξάλλου για την πλαστική κρούση ισχύει η Α.Δ.Ο. από όπου:



$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \quad \text{ή}$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_κ \quad \text{ή}$$

$$m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \vec{v}_κ$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι η τελική ταχύτητα του συσσωματώματος έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας v_1 (σχηματίζει δηλαδή γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση), έχοντας μέτρο:

$$v_κ = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0,6 \cdot 20\sqrt{2}}{0,6 + 0,4} \text{ m/s} = 12\sqrt{2} \text{ m/s}$$

iii) Η κινητική ενέργεια πριν την κρούση είναι ίση:

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

Ενώ αμέσως μετά:

$$K_{\text{μετ}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2$$

Άρα η απώλεια της κινητικής ενέργειας (στη διάρκεια της κρούσης δεχόμαστε ότι δεν υπάρχει σοβαρή μετατόπιση των σωμάτων, οπότε η δυναμική ενέργεια δεν μεταβάλλεται):

$$\Delta K = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2 = \frac{1}{2} 0,6 \cdot (20\sqrt{2})^2 \text{ J} - \frac{1}{2} 1 \cdot (12\sqrt{2})^2 \text{ J} \rightarrow$$

$$\Delta K = 96 \text{ J}$$

iv) Κατά τη διάρκεια της κίνησης του συσσωματώματος, μετά την κρούση, η μόνη δύναμη που ασκείται είναι το βάρος, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Έτσι θεωρώντας τη δυναμική ενέργεια μηδενική στο έδαφος, παίρνουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2 + (m_1 + m_2) g \cdot \Delta y = K_{\text{τελ}} + 0 \rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} 1 \cdot (12\sqrt{2})^2 \text{ J} + 1 \cdot 10 \cdot 20 \text{ J} = 344 \text{ J}$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης