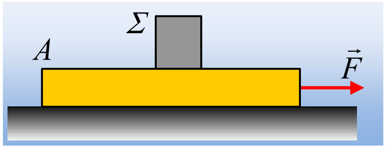
Άλλο ένα σύστημα και η τριβή.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας M=4kg και πάνω της ένα σώμα Σ μάζας m=1kg. Σε μια στιγμή t=0, ασκούμε στη σανίδα μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=18N, μέχρι τη στιγμή t_1=5s, οπότε η δύναμη παύει να ασκείται. Κοιτάζοντας το σύστημα, «**βλέπουμε**» το σώμα Σ να πλησιάζει το άκρο Α της σανίδας, ενώ ξέρουμε ότι μεταξύ σώματος Σ και σανίδας αναπτύσσονται τριβές.

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται α) στη σανίδα, β) στο σώμα Σ.

ii) Τη στιγμή t_1 το σώμα Σ έχει ταχύτητα:

α) προς τα δεξιά, β) προς τα αριστερά, γ) δεν κινείται.

iii) Αφού χαρακτηρίστε τις παραπάνω δυνάμεις ως εσωτερικές ή εξωτερικές, να εξηγείστε αν το σύστημα των σωμάτων σανίδα-σώμα Σ είναι μονωμένο ή όχι, στο χρονικό διάστημα 0-5s;

iv) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή t΄=3s, καθώς και η ορμή του τη στιγμή t_1.

v) Τη χρονική στιγμή t_2=7s, το σώμα Σ εγκαταλείπει την σανίδα έχοντας ταχύτητα μέτρου $υ_1$=14m/s.

α) Η τελική αυτή ταχύτητα του σώματος Σ έχει κατεύθυνση, προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;

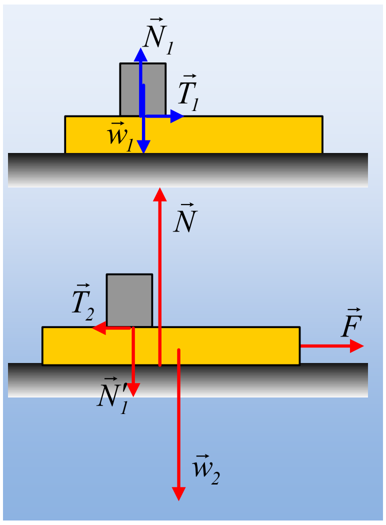
β) Να υπολογισθεί η τελική ταχύτητα της σανίδας, μετά την απομάκρυνση του σώματος Σ.

γ) Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και σανίδας είναι μ=0,2 και g=10m/s^2, να υπολογιστούν:

$γ_1$) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος τη στιγμή t_3=6s.

$γ_2$) Η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ (πάνω) και στη σανίδα (κάτω), όπου αφού η σανίδα τείνει με την επίδραση της δύναμης F να κινηθεί προς τα δεξιά, δέχεται δύναμη τριβής T_2 από το σώμα Σ, με φορά προς τ' αριστερά, αλλά τότε η αντίδρασή της, T_1 ασκείται στο Σ έχοντας φορά προς τα δεξιά. Ας σημειωθεί ότι αφού «βλέπουμε» το σώμα Σ να πλησιάζει το άκρο Α της σανίδας, κινείται ως προς τη σανίδα και η εμφανιζόμενη τριβή είναι τριβή ολίσθησης.

ii) Με βάση τον παραπάνω σχεδιασμό των δυνάμεων, παρατηρούμε ότι το σώμα Σ θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά. Αυτό που «**βλέπουμε**» είναι να πλησιάζει προς το άκρο Α, αλλά αυτό σημαίνει απλά ότι η σανίδα έχει, κάθε στιγμή, μεγαλύτερη ταχύτητα από το σώμα Σ.

iii) Για το σύστημα, εσωτερικές δυνάμεις είναι: Η N_1 και η αντίδρασή της N_1' που ασκείται στη σανίδα, καθώς και οι δύο τριβές T_1 και T_2.

Εξωτερικές δυνάμεις είναι: Τα βάρη w_1 και w_2 από τη Γη, η κάθετη δύναμη αντίδρασης (στήριξης) N από το δάπεδο και η ασκούμενη δύναμη F.

Το σύστημα δεν επιταχύνεται στην κατακόρυφη διεύθυνση οπότε:

$\Sigma F_{\varepsilon\xi,y}=0$ ή $N-w_1-w_2=0$, όμως:

$\Sigma F_{\varepsilon\xi,x}=F\neq 0$, συνεπώς το σύστημα δεν είναι μονωμένο.

iv) Παίρνοντας για το σύστημα το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, έχουμε:

$$\frac{\Delta\vec{p}_{o\lambda}}{\Delta t}=\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi}$$

Αλλά τότε και για τη στιγμή t΄ ο ζητούμενος ρυθμός (σταθερός, αφού η δύναμη παραμένει σταθερή), έχει την κατεύθυνση της δύναμης F και μέτρο:

$$\frac{\Delta p_{o\lambda}}{\Delta t}=\Sigma F_{\varepsilon\xi}=F=18kg\cdot m/s^2.$$

Ενώ για την συνολική ορμή τη στιγμή t_1 έχουμε:

$$\frac{\Delta p_{o\lambda}}{\Delta t}=F\rightarrow\frac{p_{o\lambda}-0}{t_1-0}=F\rightarrow$$

$$p_{o\lambda}=F\cdot t_1=18\cdot 5kg\cdot m/s=90kg\cdot m/s$$

v) Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ πάνω στη σανίδα η τριβή που δέχεται, τριβή ολίσθησης, έχει φορά προς τα δεξιά.

α) Αλλά αφού το Σ επιταχύνεται συνεχώς προς τα δεξιά και η τελική του ταχύτητα έχει φορά προς τα δεξιά.

β) Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη F, το σύστημα των σωμάτων είναι πια μονωμένο. Έτσι εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, για το σύστημα, μεταξύ των στιγμών t_1 και t_2 έχουμε:

$$\vec{p}_{o\lambda/1}=\vec{p}_{o\lambda/2}$$

Ή αλγεβρικά, θεωρώντας υ_1 και υ_2 τις ταχύτητες σώματος και σανίδας αντίστοιχα:

$$p_{0\lambda/1}=m\upsilon_1+M\upsilon_2\rightarrow$$

$$\upsilon_2=\frac{p_{0\lambda/1}}{M}-\frac{m\upsilon_1}{M}=\frac{90}{4}m/s-\frac{1\cdot 14}{4}m/s=19m/s$$

vi) Το σώμα Σ ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση οπότε $\Sigma F_{1y}=0$ ή $N_1=w_1=mg$, συνεπώς η ασκούμενη τριβή ολίσθησης έχει μέτρο:

$$T_1=T_2=\mu N_1=\mu mg=0,2\cdot 1\cdot 10N=2N.$$

γ_1) Εφαρμόζουμε για κάθε σώμα ξεχωριστά το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για τη στιγμή t_3, λαμβάνοντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, έχουμε:

Για το σώμα Σ: $\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \Sigma F = T_1 = 2kg \cdot m/s^2$.

Για τη σανίδα: $\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = \Sigma F = -T_2 = -2kg \cdot m/s^2$.

γ_2) Ξανά από το γενικευμένο νόμο, για το χρονικό διάστημα 0-5s, για κάθε σώμα ξεχωριστά, και, λαμβάνοντας υπόψη ότι οι ασκούμενες δυνάμεις είναι σταθερές, οπότε και οι αντίστοιχοι ρυθμοί είναι επίσης σταθεροί, παίρνουμε:

Για το σώμα Σ:

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \Sigma F \rightarrow \frac{mu_1}{t_1 - 0} = T_1 \rightarrow$$

$$u_1 = \frac{T_1 \cdot t_1}{m} = \frac{2 \cdot 5}{1} m/s = 10m/s$$

Για τη σανίδα:

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = \Sigma F \rightarrow \frac{Mu_2}{t_1 - 0} = F - T_2 \rightarrow$$

$$u_2 = \frac{(F - T_2) \cdot t_1}{M} = \frac{(18-2)5}{4} m/s = 20m/s$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης