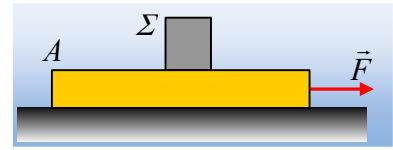


Άλλο ένα σύστημα και η τριβή.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $M=4\text{kg}$ και πάνω της ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$. Σε μια στιγμή $t=0$, ασκούμε στη σανίδα μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F=18\text{N}$, μέχρι τη στιγμή $t_1=5\text{s}$, οπότε η δύναμη παύει να ασκείται. Κοιτάζοντας το σύστημα, «βλέπουμε» το σώμα Σ



να πλησιάζει το άκρο A της σανίδας, ενώ ξέρουμε ότι μεταξύ σώματος Σ και σανίδας αναπτύσσονται τριβές.

i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται α) στη σανίδα, β) στο σώμα Σ .

ii) Τη στιγμή t_1 το σώμα Σ έχει ταχύτητα:

α) προς τα δεξιά, β) προς τα αριστερά, γ) δεν κινείται.

iii) Αφού χαρακτηρίστε τις παραπάνω δυνάμεις ως εσωτερικές ή εξωτερικές, να εξηγήσετε αν το σύστημα των σωμάτων σανίδα-σώμα Σ είναι μονωμένο ή όχι, στο χρονικό διάστημα $0-5\text{s}$;

iv) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή $t'=3\text{s}$, καθώς και η ορμή του τη στιγμή t_1 .

v) Τη χρονική στιγμή $t_2=7\text{s}$, το σώμα Σ εγκαταλείπει την σανίδα έχοντας ταχύτητα μέτρου $v_1=14\text{m/s}$.

α) Η τελική αυτή ταχύτητα του σώματος Σ έχει κατεύθυνση, προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;

β) Να υπολογισθεί η τελική ταχύτητα της σανίδας, μετά την απομάκρυνση του σώματος Σ .

γ) Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και σανίδας είναι $\mu=0,2$ και $g=10\text{m/s}^2$, να υπολογιστούν:

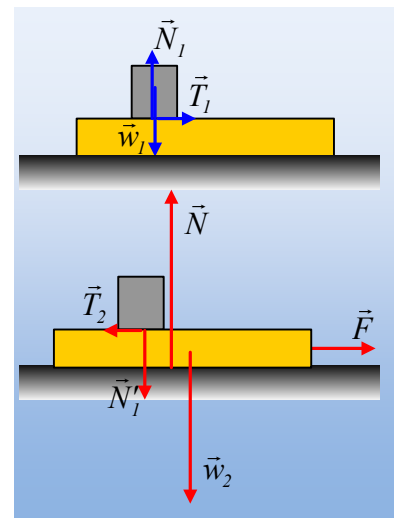
γ₁) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος τη στιγμή $t_3=6\text{s}$.

γ₂) Η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη.

Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ (πάνω) και στη σανίδα (κάτω), όπου αφού η σανίδα τείνει με την επίδραση της δύναμης F να κινηθεί προς τα δεξιά, δέχεται δύναμη τριβής T_2 από το σώμα Σ , με φορά προς τ' αριστερά, αλλά τότε η αντίδρασή της, T_1 ασκείται στο Σ έχοντας φορά προς τα δεξιά. Ας σημειωθεί ότι αφού «βλέπουμε» το σώμα Σ να πλησιάζει το άκρο A της σανίδας, κινείται ως προς τη σανίδα και η εμφανιζόμενη τριβή είναι τριβή ολίσθησης.

ii) Με βάση τον παραπάνω σχεδιασμό των δυνάμεων, παρατηρούμε ότι το σώμα Σ θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά. Αυτό που «βλέπουμε» είναι να πλησιάζει προς το άκρο A , αλλά αυτό σημαίνει απλά ότι η σανίδα έχει, κάθε στιγμή, μεγαλύτερη ταχύτητα από το σώμα Σ .



iii) Για το σύστημα, εσωτερικές δυνάμεις είναι: Η N_1 και η αντίδρασή της N_1' που ασκείται στη σανίδα, καθώς και οι δύο τριβές T_1 και T_2 .

Εξωτερικές δυνάμεις είναι: Τα βάρη w_1 και w_2 από τη Γη, η κάθετη δύναμη αντίδρασης (στήριξης) N από το δάπεδο και η ασκούμενη δύναμη F .

Το σύστημα δεν επιταχύνεται στην κατακόρυφη διεύθυνση οπότε:

$$\Sigma F_{\varepsilon\xi,y} = 0 \text{ ή } N - w_1 - w_2 = 0, \text{ όμως:}$$

$$\Sigma F_{\varepsilon\xi,x} = F \neq 0, \text{ συνεπώς το σύστημα δεν είναι μονωμένο.}$$

iv) Παίρνοντας για το σύστημα το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, έχουμε:

$$\frac{\Delta \vec{p}_{o\lambda}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi}$$

Αλλά τότε και για τη στιγμή t' ο ζητούμενος ρυθμός (σταθερός, αφού η δύναμη παραμένει σταθερή), έχει την κατεύθυνση της δύναμης F και μέτρο:

$$\frac{\Delta p_{o\lambda}}{\Delta t} = \Sigma F_{\varepsilon\xi} = F = 18 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2.$$

Ενώ για την συνολική ορμή τη στιγμή t_1 έχουμε:

$$\frac{\Delta p_{o\lambda}}{\Delta t} = F \rightarrow \frac{p_{o\lambda} - 0}{t_1 - 0} = F \rightarrow$$

$$p_{o\lambda} = F \cdot t_1 = 18 \cdot 5 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s} = 90 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

v) Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ πάνω στη σανίδα η τριβή που δέχεται, τριβή ολίσθησης, έχει φορά προς τα δεξιά.

α) Αλλά αφού το Σ επιταχύνεται συνεχώς προς τα δεξιά και η τελική του ταχύτητα έχει φορά προς τα δεξιά.

β) Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη F , το σύστημα των σωμάτων είναι πια μονωμένο. Έτσι εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, για το σύστημα, μεταξύ των στιγμών t_1 και t_2 έχουμε:

$$\vec{p}_{o\lambda/1} = \vec{p}_{o\lambda/2}$$

Η αλγεβρικά, θεωρώντας v_1 και v_2 τις ταχύτητες σώματος και σανίδας αντίστοιχα:

$$p_{o\lambda/1} = m v_1 + M v_2 \rightarrow$$

$$v_2 = \frac{p_{o\lambda/1}}{M} - \frac{m v_1}{M} = \frac{90}{4} \text{ m} / \text{s} - \frac{1 \cdot 14}{4} \text{ m} / \text{s} = 19 \text{ m} / \text{s}$$

vi) Το σώμα Σ ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση οπότε $\Sigma F_{1y} = 0$ ή $N_1 = w_1 = mg$, συνεπώς η ασκούμενη τριβή ολίσθησης έχει μέτρο:

$$T_1 = T_2 = \mu N_1 = \mu mg = 0,2 \cdot 1 \cdot 10 \text{ N} = 2 \text{ N}.$$

γ₁) Εφαρμόζουμε για κάθε σώμα ξεχωριστά το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για τη στιγμή t_3 , λαμβάνοντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, έχουμε:

$$\text{Για το σώμα } \Sigma: \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \Sigma F = T_1 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2.$$

$$\text{Για τη σανίδα: } \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = \Sigma F = -T_2 = -2 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2.$$

γ₂) Ξανά από το γενικευμένο νόμο, για το χρονικό διάστημα 0-5s, για κάθε σώμα ξεχωριστά, και, λαμβάνοντας υπόψη ότι οι ασκούμενες δυνάμεις είναι σταθερές, οπότε και οι αντίστοιχοι ρυθμοί είναι επίσης σταθεροί, παίρνουμε:

Για το σώμα Σ :

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \Sigma F \rightarrow \frac{m u_1}{t_1 - 0} = T_1 \rightarrow$$

$$u_1 = \frac{T_1 \cdot t_1}{m} = \frac{2 \cdot 5}{1} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

Για τη σανίδα:

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = \Sigma F \rightarrow \frac{M u_2}{t_1 - 0} = F - T_2 \rightarrow$$

$$u_2 = \frac{(F - T_2) \cdot t_1}{M} = \frac{(18 - 2)5}{4} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης