

Παίζοντας με μια μπάλα.

Αφήνουμε μια μπάλα, μάζας $0,4\text{kg}$, να πέσει από ύψος $H=1,25\text{m}$ η οποία φτάνει στο έδαφος μετά από $0,5\text{s}$. Η μπάλα μένει σε επαφή με το έδαφος για χρονικό διάστημα $0,1\text{s}$ και στη συνέχεια ανέρχεται φτάνοντας σε ύψος $h=0,8\text{m}$, πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω.

- i) Να εξετάσετε αν η κίνηση της μπάλας επηρεάζεται από την αντίσταση του αέρα.
- ii) Να βρεθεί η ορμή της μπάλας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση της με το έδαφος.
- iii) Να υπολογιστεί η μέση τιμή της δύναμης που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος.
- iv) Δυο συμμαθητές σας συζητούν:

Αντώνης: Η δύναμη από το έδαφος δεν παράγει έργο στη διάρκεια που ασκείται στην μπάλα.

Βασιλική: Η μπάλα παραμορφώνεται στη διάρκεια της κρούσης, συνεπώς μετακινείται το κέντρο της και παράγεται έργο.

Αντώνης: Δηλαδή θέλεις να πεις, ότι εσύ μπορείς να υπολογίσεις το έργο αυτό;

Βασιλική: Όχι μου φαίνεται δύσκολο και δεν ξέρω τι να κάνω, αλλά αφού η μπάλα φτάνει σε μικρότερο ύψος από το αρχικό, πρέπει να παράγεται έργο, γιατί πώς αλλιώς να μειωθεί η ενέργειά της;

Με τον Αντώνη ή με τη Βασιλική συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Έστω ότι η κίνηση της μπάλας είναι ελεύθερη πτώση, που σημαίνει ότι δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα. Τότε σε χρονικό διάστημα θα μετακινηθεί κατά:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10 \cdot 0,5^2 \text{ m} = 1,25\text{m} = H$$

Συνεπώς δεχόμαστε ότι δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα. (Στην πραγματικότητα αυτό μεταφράζεται ότι με βάση τη μέτρηση που κάναμε και με όποια ακρίβεια την πήραμε, η δράση του αέρα στην κίνηση της μπάλας μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα).

- ii) Ελάχιστα πριν κτυπήσει η μπάλα στο έδαφος έχει ταχύτητα:

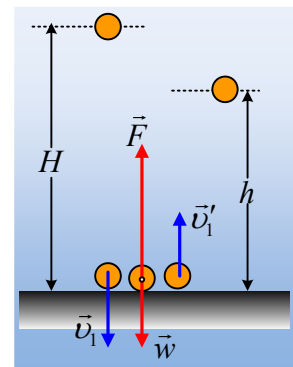
$$v_1 = gt = 10 \cdot 0,5\text{m/s} = 5\text{m/s}$$

Οπότε αντίστοιχα το σώμα έχει ορμή κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$P_1 = mv_1 = 0,4 \cdot 5\text{kgm/s} = 2\text{kgm/s}.$$

Από τη στιγμή που η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, μπορούμε να εφαρμόσουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την προς τα πάνω κίνηση της μπάλας, (βλέπε σχήμα), θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο έδαφος και παίρνουμε:

$$K'_1 + U'_1 = K_h + U_h \rightarrow$$

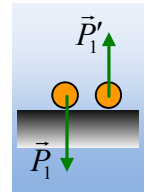


$$\frac{1}{2}m v_1'^2 + 0 = 0 + mgh \rightarrow$$

$$v_1' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

Αλλά τότε και η ορμή είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και μέτρο:

$$P_1' = m v_1' = 0,4 \cdot 4 \text{ kgm/s} = 1,6 \text{ kgm/s}$$



iii) Εφαρμόζουμε το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \rightarrow$$

$$F - w = \frac{P_1' - (-P_1)}{\Delta t} \rightarrow$$

$$F = mg + \frac{P_1' + P_1}{\Delta t} = 0,4 \cdot 10 \text{ N} + \frac{1,6 + 2}{0,1} \text{ N} = 4 \text{ N} + 36 \text{ N} = 40 \text{ N}.$$

iv) Η Βασιλική έχει δίκιο. Φτάνοντας το σώμα σε ύψος h έχει δυναμική ενέργεια:

$$U_{\text{τελ}} = mgh = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,8 \text{ J} = 3,2 \text{ J}$$

Ενώ τη στιγμή που αφέθηκε να πέσει από ύψος H, είχε δυναμική ενέργεια:

$$U_{\text{αρχ}} = mgH = 0,4 \cdot 10 \cdot 1,25 \text{ J} = 5 \text{ J}$$

Αλλά από τη στιγμή που δεχτήκαμε αμελητέα την αντίσταση του αέρα, το σώμα έχασε την ενέργειά του στη διάρκεια της κρούσης με το έδαφος. Αλλά για να μειωθεί η μηχανική ενέργεια, σημαίνει ότι ασκήθηκε στο σώμα κάποια δύναμη και αυτή, δεν μπορεί παρά να είναι η δύναμη F, αφού το βάρος ως συντηρητική δύναμη δεν αφαιρεί μέρος της μηχανικής ενέργειας.

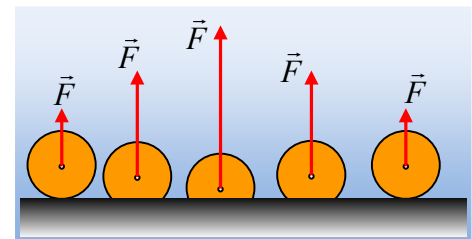
Πράγματι αν εφαρμόσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη διάρκεια της κρούσης παίρνουμε:

$$K_1' - K_1 = W_w + W_F :$$

$$W_F = K_1' - K_1 - W_w = \frac{1}{2}m v_1'^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 - 0 = \frac{1}{2}0,4 \cdot 4^2 \text{ J} - \frac{1}{2}0,4 \cdot 5^2 \text{ J} = -1,8 \text{ J}$$

Αξίζει να προσεχθεί ότι το έργο αυτό είναι αρνητικό, πράγμα που σημαίνει ότι αφαιρεί ενέργεια από το σώμα 1,8J, ίσο και με την μείωση της μηχανικής ενέργειας (5J-3,2J=1,8J).

Το έργο του βάρους είναι μηδέν, αφού είναι συντηρητική δύναμη και το έργο της κατά μήκος κλειστής διαδρομής είναι μηδέν. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί κάποιες διαδοχικές θέσεις στη διάρκεια της κρούσης, μετατοπισμένες οριζόντια, για να μπορούν να ξεχωρίζουν.



Μπορείτε να παρατηρήσετε ότι το κέντρο της μπάλας στη διάρκεια της κρούσης, κατέρχεται, φτάνει σε κάποιο σημείο με ελάχιστο ύψος από το έδαφος και μετά ξανά ανερχεται.

Καταλαβαίνουμε δηλαδή, ότι στη διάρκεια της κρούσης το κέντρο της μπάλας, διαγράφει μια κλειστή διαδρομή (κατεβαίνει κατά x και στη συνέχεια ανεβαίνει επίσης κατά x).

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης