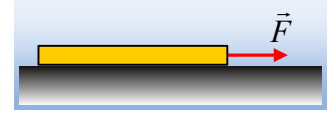


Ένα σύστημα που δεν είναι μονωμένο.

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας M και μήκους L . Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούμε πάνω της μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=4\text{N}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί.



- i) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας, καθώς και η ορμή της τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$.
 - ii) Τη στιγμή t_1 αφήνουμε στο μέσον M της σανίδας, ένα σώμα Σ μάζας m , το οποίο παρουσιάζει τριβές με τη σανίδα, χωρίς ταχύτητα.
 - α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα μετά τη στιγμή t_1 . Να χαρακτηρίσετε τις ασκούμενες δυνάμεις σε εσωτερικές και εξωτερικές για το σύστημα σανίδα-σώμα Σ .
 - β) Το σύστημα σανίδα-σώμα Σ είναι ή όχι μονωμένο;
 - γ) Να γράψετε το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα. Μπορείτε να καταλήξετε και σε έναν αντίστοιχο νόμο για το σύστημα σανίδα-σώμα Σ ;
 - δ) Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος σανίδα -σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t_2=3\text{s}$.
 - iii) Αν το σώμα Σ παύει να γλιστράει πάνω στη σανίδα τη χρονική στιγμή $t_3=4\text{s}$, όπου και σταματάμε να τραβάμε τη σανίδα, πόση είναι η τελική ορμή του συστήματος;
 - iv) Αν $M=8\text{kg}$, $m=2\text{kg}$, να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ και σανίδας.
 - v) Ποιο το ελάχιστο μήκος της σανίδας L , ώστε να μην την εγκαταλείψει το σώμα Σ ;
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Η σανίδα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, συνεπώς $\vec{N} + \vec{w} = 0$,
οπότε από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \rightarrow \frac{dP}{dt} = F = 4 \text{ kgm/s}^2$$

Με κατεύθυνση ίδια με την δύναμη F .

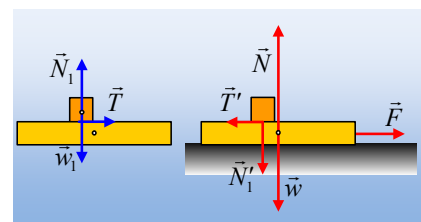
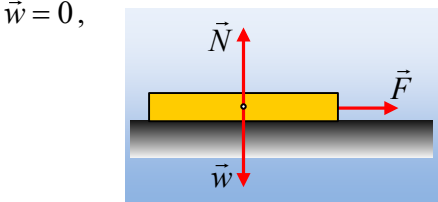
Αλλά η δύναμη είναι σταθερή και ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος και με το μέσο ρυθμό, οπότε και:

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \vec{F} \rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = F \rightarrow \frac{P_1 - 0}{t_1 - t_0} = F \rightarrow$$

$$P_1 = F \cdot t_1 = 4 \cdot 2 \text{ kgm/s} = 8 \text{ kgm/s}$$

- ii) Μόλις αφήσουμε πάνω στη σανίδα το σώμα Σ , θα δεχτεί δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.

- α) Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα, φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου N_1 η δύναμη που ασκείται από τη σανίδα στο



Σ και N_1' η αντίδρασή της. Από τις δυνάμεις αυτές:

Εξωτερικές δυνάμεις: F, w, w_1 και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου N.

Εσωτερικές δυνάμεις: N_1 , N_1' , T και T' .

β) Το σώμα Σ ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $\vec{N}_1 + \vec{w}_1 = 0$ ή $N_1 = w_1$. Αλλά και η σανίδα

ισορροπεί στην ίδια διεύθυνση, οπότε $\vec{N} + \vec{w} + \vec{N}_1' = 0$ ή $N = w + N_1' = w + w_1$.

Έτσι στην κατακόρυφη διεύθυνση $\Sigma F_{y/\epsilon\xi} = N - w - w_1 = 0$, ενώ στην οριζόντια $\Sigma F_{x/\epsilon\xi} = F$, πράγμα που σημαίνει ότι το σύστημα των δύο σωμάτων **δεν** είναι μονωμένο.

γ) Ο γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα γράφεται:

$$\Sigma \vec{F}_{\sigma\alpha\nu} = \frac{d\vec{P}_{\sigma\alpha\nu}}{dt} \quad \text{και} \quad \Sigma \vec{F}_{\Sigma} = \frac{d\vec{P}_{\Sigma}}{dt} \rightarrow$$

$$\vec{F} + \vec{T}' + (\vec{w} + \vec{N} + \vec{N}_1') = \frac{d\vec{P}_{\sigma\alpha\nu}}{dt} \quad (1) \quad \text{και} \quad \vec{T} + (\vec{w}_1 + \vec{N}_1') = \frac{d\vec{P}_{\Sigma}}{dt} \quad (2)$$

Με πρόσθεση των παραπάνω εξισώσεων κατά μέλη παίρνουμε:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}_{\sigma\alpha\nu}}{dt} + \frac{d\vec{P}_{\Sigma}}{dt} \rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{P}_{o\lambda}}{dt}$$

Όπου \vec{F} είναι η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα και $\frac{d\vec{P}_{o\lambda}}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος.

δ) Αφού η εξωτερική δύναμη F παραμένει σταθερή έχουμε:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Delta\vec{P}_{o\lambda}}{\Delta t}$$

Και παίρνοντας την δεξιά κατεύθυνση ως θετική:

$$F = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} \rightarrow$$

$$P_2 = F(t_2 - t_1) + P_1 = 4(3 - 2) \text{kgm/s} + 8 \text{kgm/s} = 12 \text{kgm/s}$$

iii) Αλλά και για το χρονικό διάστημα $t_2 - t_3$ θα έχουμε:

$$F = \frac{P_3 - P_2}{t_3 - t_2} \rightarrow$$

$$P_3 = F(t_3 - t_2) + P_2 = 4(4 - 3) \text{kgm/s} + 12 \text{kgm/s} = 16 \text{kgm/s}$$

iv) Τη στιγμή t_1 η σανίδα έχει ταχύτητα $v_1 = \frac{P_1}{M} = \frac{8}{8} \text{m/s} = 1 \text{m/s}$, ενώ τη χρονική στιγμή t_3 το σώμα Σ

σταματά να ολισθαίνει πάνω στη σανίδα, πράγμα που σημαίνει ότι τα δυο σώματα έχουν την ίδια ταχύτητα v_k και $P_3 = (M + m)v_k \rightarrow$

$$v_k = \frac{P_3}{M + m} = \frac{16}{8 + 2} \text{m/s} = 1,6 \text{m/s}$$

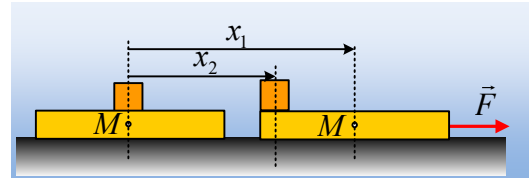
Εξάλλου για την ασκούμενη τριβή ολίσθησης έχουμε από την (2):

$$\vec{T} + (\vec{w}_1 + \vec{N}_1) = \frac{d\vec{P}_\Sigma}{dt} \rightarrow$$

$$T = \frac{P_\Sigma - 0}{t_4 - t_2} = \frac{m v_\kappa}{t_4 - t_2} = \frac{2 \cdot 1,6}{2} N = 1,6 N$$

$$T = \mu mg \rightarrow \mu = \frac{T}{mg} = \frac{1,6}{20} = 0,08$$

Από τη στιγμή $t_1=2s$, μέχρι τη στιγμή $t_3=4s$ που το σώμα Σ ολισθαίνει πάνω στη σανίδα, αυτή έχει μετατοπισθεί κατά x_1 , όπου με χρήση του Θ.Μ.Κ.Ε. για τη σανίδα παίρνουμε:



$$K_{1/3} - K_{1/1} = W_F + W_{T'} + W_w + W_N + W_{N1}'$$

Όπου $W_w = W_N = W_{N1} = 0$, δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση, οπότε:

$$\frac{1}{2} M v_\kappa^2 - \frac{1}{2} M v_1^2 = F x_1 - T' x_1 \rightarrow$$

$$x_1 = \frac{M(v_\kappa^2 - v_1^2)}{2(F - T')} = \frac{8(1,6^2 - 1^2)}{2(4 - 1,6)} m = 2,6 m$$

Εφαρμόζοντας ξανά το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Σ και στο ίδιο διάστημα παίρνουμε:

$$K_{2/3} - K_{2/1} = W_T + W_w + W_{N1} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} m v_\kappa^2 - 0 = T x_2 \rightarrow$$

$$x_2 = \frac{m v_\kappa^2}{2T} = \frac{2 \cdot 1,6^2}{2 \cdot 1,6} m = 1,6 m$$

Αλλά με βάση και το σχήμα, για να μην πέσει το σώμα Σ από τα σανίδα, θα πρέπει:

$$x_1 - x_2 \leq \frac{L}{2} \rightarrow$$

$$L \geq 2(x_1 - x_2) \rightarrow L \geq 2(2,6 m - 1,6 m) \text{ ή}$$

$$L \geq 2 m$$

Σχόλιο:

Το τελευταίο ερώτημα θα μπορούσε να απαντηθεί με χρήση επιταχύνσεων και εξισώσεων κίνησης, αλλά παραπάνω προτιμήθηκε η χρήση του Θ.Μ.Κ.Ε.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης