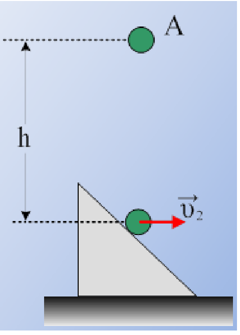
Οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας και της ορμής.

Μια μικρή σφαίρα μάζας 0,5kg αφήνεται να πέσει ελεύθερα Από σημείο Α και αφού διανύσει απόσταση h=3,2m κτυπά σε κεκλιμένο επίπεδο, με αποτέλεσμα μετά να κινηθεί με οριζόντια ταχύτητα υ_2=6m/s, όπως στο σχήμα.



i) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια και την ορμή της σφαίρας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

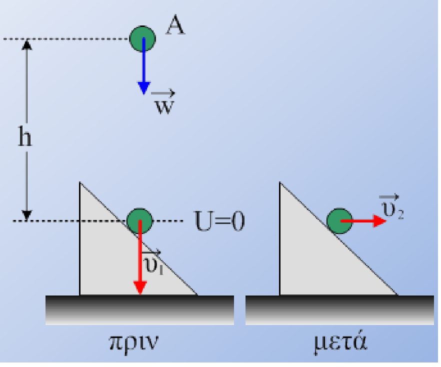
ii) Να υπολογιστούν η μεταβολή της ορμής και της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που οφείλονται στην κρούση.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

Δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα, ενώ g=10m/s^2.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα εμφανίζονται οι ταχύτητες της σφαίρας πριν και μετά την κρούση.



Κατά την πτώση της σφαίρας, η μόνη δύναμη που ασκείται πάνω της είναι το βάρος, δύναμη συντηρητική, συνεπώς η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Θεωρώντας λοιπόν το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο κρούσης, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, έχουμε:

$$K_{\alpha\rho}+U_{\alpha\rho}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+U_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

$$0+mgh=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \quad (1)$$

$$\upsilon_1=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 10\cdot 3,2}m/s=8m/s$$

i) Ελάχιστα πριν την κρούση η σφαίρα έχει:

$$K_1=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=mgh=0,5\cdot 10\cdot 3,2J=16J$$

Και ορμή κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

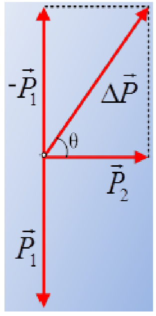
$$P_1=m\upsilon_1=0,5\cdot 8kg\cdot m/s=4kg\cdot m/s$$

Αμέσως μετά την κρούση:

$$K_2=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2=\frac{1}{2}0,5\cdot 6^2J=9J$$

Και ορμή οριζόντια, ίδιας φοράς με την ταχύτητα υ_2 και μέτρο:

$$P_2=m\upsilon_2=0,5\cdot 6kg\cdot m/s=3kg\cdot m/s$$



ii) Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας είναι:

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \vec{P}_2 + (-\vec{P}_1)$$

Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα, η μεταβολή της ορμής έχει μέτρο:

$$\Delta P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} \rightarrow$$

$$\Delta P = \sqrt{(m\upsilon_1)^2 + (m\upsilon_2)^2} = \sqrt{(0{,}5\cdot 8)^2 + (0{,}5\cdot 6)^2}\,kg\cdot m/s = 5kg\cdot m/s$$

Ενώ σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ, όπου

$$\varepsilon\varphi\vartheta = \frac{P_1}{P_2} = \frac{4}{3}$$

Ενώ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι ίση:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 9J - 11J = -7J$$

iii) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα:

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \sum\vec{F} = \vec{w}$$

Συνεπώς τόσο πριν, όσο και μετά την επαφή της σφαίρας με το επίπεδο ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι κατακόρυφος με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

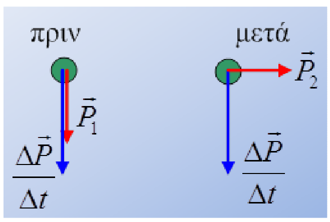
$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = w = mg = 5kg\cdot m/s^2$$

Σχόλια:

1) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας $\Delta K = -7J$ σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια μειώνεται κατά 7J, ενώ η μεταβολή της ορμής είναι διάνυσμα. Αν θέλουμε να δούμε τι συμβαίνει με **το μέτρο της ορμής** πρέπει να πάρουμε τη **μεταβολή του μέτρου της ορμής**:

$$\Delta|P| = |P_2| - |P_1| = 3kgm/s - 4kgm/s = -1kgm/s\ .$$

2) Δεν πρέπει να συγχέουμε το διάνυσμα της ορμής με το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της ορμής (που είναι ίσος με τη δύναμη). Έτσι στο παρακάτω διάγραμμα έχουν σχεδιαστεί τα αντίστοιχα διανύσματα πριν και μετά την κρούση.



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια: ***Διονύσης Μάργαρης***