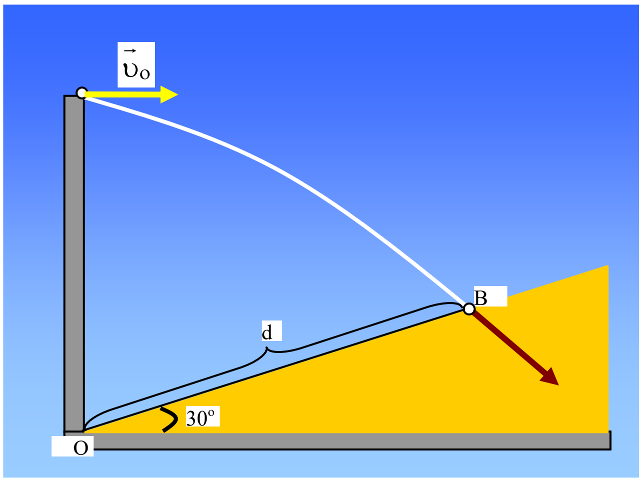
Μια οριζόντια βολή ένα βράδυ του Αυγούστου…

Μια παρέα φίλων ένα βράδυ του Αυγούστου , το διασκέδαζαν για τα καλά στην ταράτσα μιας πολυκατοικίας. Κάποιος απ' αυτούς ήρθε στο κέφι , και άρχισε να πυροβολεί στον αέρα με ένα αεροβόλο όπλο , χωρίς τη συναίσθηση της ζημιάς που θα μπορούσε να προκαλέσει με την πράξη του αυτή.



Μια αδέσποτη σφαίρα μάζας m =0, 08kg , εκτοξεύτηκε οριζόντια από την άκρη της ταράτσας με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 10m/s$, και στην πορεία της βρήκε τη πλάγια στέγη του διπλανού κτιρίου. Αν η απόσταση του σημείου πρόσκρουσης της σφαίρας στη στέγη , από το σημείο O που το πλάγιο επίπεδό της τέμνει την κατακόρυφο που περνά από το σημείο βολής είναι $d = \frac{20}{3}m$, και η γωνία που σχηματίζει η στέγη με το οριζόντιο επίπεδο είναι 30^o, όπως δείχνει το σχήμα, να υπολογίσετε:

i. Πόσο χρόνο κινήθηκε η σφαίρα από την άκρη της ταράτσας μέχρι να πέσει πάνω στη στέγη.

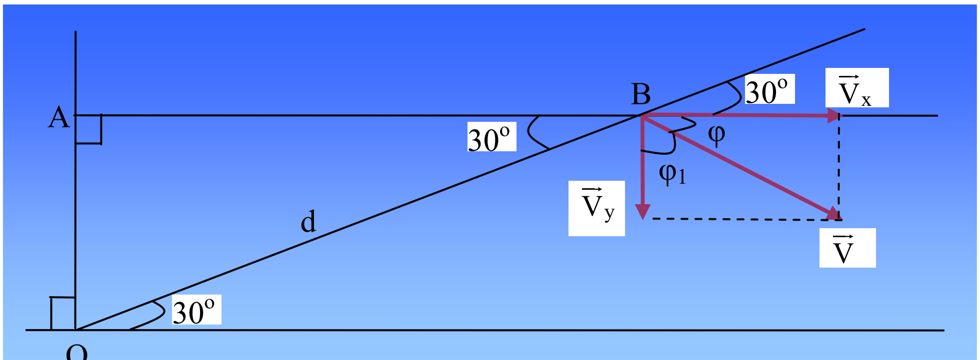
ii. Την γωνία της ταχύτητας της σφαίρας με το επίπεδο της στέγης στο σημείο της πρόσκρουσης.

iii. Την ταχύτητα της σφαίρας όταν έπεσε στη στέγη.

iv. Το πάχος που έπρεπε να έχει στέγη για να μην εισχωρήσει η σφαίρα μέσα στο ξένο σπίτι, αν αυτή θεωρηθεί συμπαγής και ομογενής, και τέτοια που να ασκεί σταθερή δύναμη μέτρου F = 32,8 N διαρκώς αντίθετη στη ταχύτητα της σφαίρας.

Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα και $g = 10m/s^2$.

Απάντηση



σχήμα 1

i. Έστω Β το σημείο της πλάγιας επιφάνειας που προσκρούει το βλήμα.

Μέχρι να φτάσει στο σημείο αυτό διένυσε την οριζόντια απόσταση ΑΒ με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_o$.

Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει ότι $AB = d\cdot συν30^o = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}m$.

Αλλά $AB = υ_o \cdot t_1$ άρα $t_1 = \dfrac{AB}{υ_o} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}s$

ii. Έστω $\vec{V}$ η ταχύτητα του βλήματος τη στιγμή που προσκρούει στο πλάγιο επίπεδο.

Την αναλύουμε στην κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{V}_y$ και στην οριζόντια συνιστώσα $\vec{V}_x$ όπως φαίνεται στο σχήμα 1 κι έχομε:

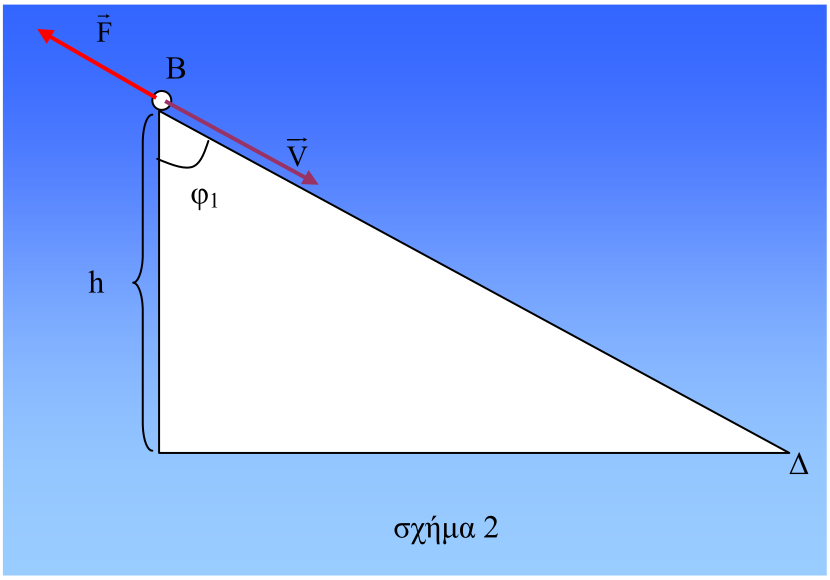
$$εφφ = \frac{V_y}{V_x} = \frac{g\cdot t_1}{υ_o} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ και } φ = 30^o.$$

Οπότε η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{V}$ με το πλάγιο επίπεδο είναι $θ = φ+30^o = 60^o$.

iii. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{V}$ είναι:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{υ_o^2 + (g\cdot t_1)^2} = 20\frac{\sqrt{3}}{3}m/s.$$

iv. Αφού η δύναμη που δέχεται το βλήμα μέσα στη στέγη είναι σταθερή και διαρκώς αντίθετη στην ταχύτητά του, θα κινηθεί ευθύγραμμα πάνω στη διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{V}$ μέχρι να σταματήσει.



σχήμα 2

Έτσι με βάση την αρχή της διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση αυτή θα έχομε:

$$mgh + \frac{1}{2}mV^2 = F\cdot BΔ \quad (1)$$

Αλλά με βάση τη γεωμετρία του σχήματος 2 :

$$h = BΔ\cdot συνφ_1 \quad (2)$$

Όμως από το σχήμα 1 προκύπτει ότι $φ_1 = 90^o - φ = 60^o$ (3)

Έτσι από τις (1) , (2), (3) προκύπτει ότι:

$$BΔ = \frac{V^2}{\frac{2F}{m} - g} = 0,04m.$$

Κατά συνέπεια το πάχος της στέγης πρέπει να είναι $s \geq 0,04m$ για να μην την διαπεράσει η αδέσποτη σφαίρα.

Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…
Επιμέλεια:
Μανώλης Δρακάκης