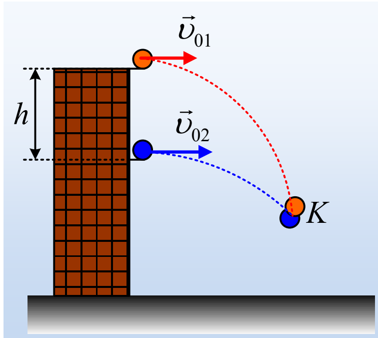
Οι σφαίρες συγκρούονται.



Από ένα ψηλό κτήριο και από δύο σημεία που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη, απέχοντας μεταξύ τους κατά h=25m εκτοξεύονται δυο μικρές (αμελητέων διαστάσεων) σφαίρες, οριζόντια με αρχικές ταχύτητες υ_{01}=10m/s και υ_{02}, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο . Οι σφαίρες συγκρούονται πριν φτάσουν στο έδαφος, στο σημείο Κ, αφού κινηθούν όπως στο διπλανό σχήμα,.

i) Οι σφαίρες εκτοξεύθηκαν ταυτόχρονα ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

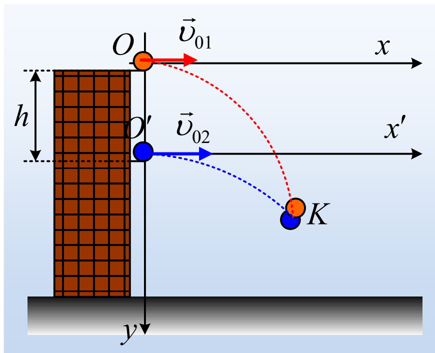
ii) Αν η πάνω σφαίρα κινήθηκε για χρονικό διάστημα t_1=3s μέχρι την κρούση, για πόσο χρονικό διάστημα κινήθηκε η κάτω σφαίρα;

iii) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα της κάτω σφαίρας.

iv) Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σφαιρών, ένα δευτερόλεπτο πριν την σύγκρουσή τους.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:



Παίρνουμε δύο συστήματα συντεταγμένων Ο και Ο΄με κορυφές τα σημεία εκτόξευσης, όπως στο διπλανό σχήμα.

Θεωρώντας τις δυο κινήσεις σύνθετες, αποτελούμενες από μια ευθύγραμμη ομαλή στην οριζόντια διεύθυνση και μια ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφη, έχουμε τις εξισώσεις:

Πάνω σφαίρα		Κάτω σφαίρα.	
Άξονας x	Άξονας y	Άξονας x΄	Άξονας y΄
$\upsilon_{1x}=\upsilon_{o1}$ (1)	$\upsilon_{1y}=g\Delta t$ (3)	$\upsilon_{2x}=\upsilon_{o2}$ (5)	$\upsilon_{2y}=g\Delta t$ (7)
$x_1=\upsilon_{o1}\Delta t$ 2)	$y_1=½g(\Delta t)^2$ (4)	$x_2=\upsilon_{o2}\Delta t$ (6)	$y_2=½\, g(\Delta t)^2$ (8)

Να σημειωθεί ότι στις παραπάνω εξισώσεις Δt είναι τα χρονικά διαστήματα κίνησης κάθε σφαίρας (διαφορετικά μεταξύ τους).

i) Αν η εκτόξευση των δύο σφαιρών γίνει την ίδια χρονική στιγμή, τότε στην κατακόρυφη διεύθυνση θα έχουμε ίσες μετατοπίσεις (με βάση τις εξισώσεις (4) και (8)), με αποτέλεσμα η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ τους να παραμένει σταθερή και ίση με h. Αλλά αφού οι σφαίρες συγκρούονται, θα πρέπει η πάνω σφαίρα να διανύσει μεγαλύτερη κατακόρυφη απόσταση, οπότε θα πρέπει να κινηθεί και μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Συνεπώς πρώτα εκτοξεύεται η πάνω σφαίρα και μετά από λίγο, η κάτω.

ii) Τη στιγμή της συνάντησης θα ισχύει:

$$y_1 = y_2 + h \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}g(\Delta t)_1^2 = \frac{1}{2}g(\Delta t)_2^2 + h$$

Και με αντικατάσταση:

$$\tfrac{1}{2}\cdot 10\cdot 3^2 = \tfrac{1}{2}\cdot 10t_2^2+25 \rightarrow \Delta t_2=2s.$$

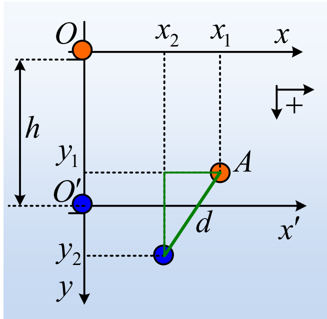
Το παραπάνω αποτέλεσμα, ουσιαστικά μας λέει ότι καθυστέρησε κατά ένα δευτερόλεπτο η εκτόξευση της κάτω σφαίρας, σε σχέση με τη χρονική στιγμή, εκτόξευσης της πάνω.

iii) Τη στιγμή της συνάντησης, τα σώματα έχουν ίσες μετατοπίσεις στην οριζόντια διεύθυνση, ή με άλλα λόγια $x_1=x_2$, οπότε:

$$\upsilon_{o1}\Delta t_1= \upsilon_{o2}\Delta t_2 \rightarrow$$

$$\upsilon_{02}=\upsilon_{01}\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=10\frac{3}{2}m/s=15m/s$$

iv) Θεωρώντας t=0 τη στιγμή της εκτόξευσης της πάνω σφαίρας, τη χρονική στιγμή t=2s, (1s πριν την κρούσης της), θα βρίσκεται σε σημείο Α, με συντεταγμένες $(x_1,y_1)=(\upsilon_{01}t,\ \tfrac{1}{2}gt^2)=(20m,\ 20m)$, στο σύστημα αξόνων με αρχή το σημείο Ο.



Αντίστοιχα η θέση της κάτω σφαίρας την ίδια στιγμή και για χρόνο κίνησης Δt=1s, βρίσκεται σε σημείο Β, με συντεταγμένες στο σύστημα αξόνων με αρχή το Ο΄:

$$(x',y')=(\upsilon_{02}\Delta t,\ \tfrac{1}{2}g(\Delta t)^2)=(15m,\ 5m)$$

Οπότε οι αντίστοιχες συντεταγμένες στο σύστημα αξόνων xOy θα είναι:

$$(x_2,y_2)=(x',\ y'+h)=(15m,\ 30m)$$

Αλλά τότε η απόσταση των δύο σωμάτων θα είναι:

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}\rightarrow$$

$$d=\sqrt{(20-15)^2+(20-30)^2}m=\sqrt{5^2+10^2}m=\sqrt{125}m=5\sqrt{5}m$$

Σχόλιο:

Στο τελευταίο ερώτημα, επιλέχτηκε η παραπάνω λύση, ως μια εφαρμογή των Μαθηματικών σας….

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης