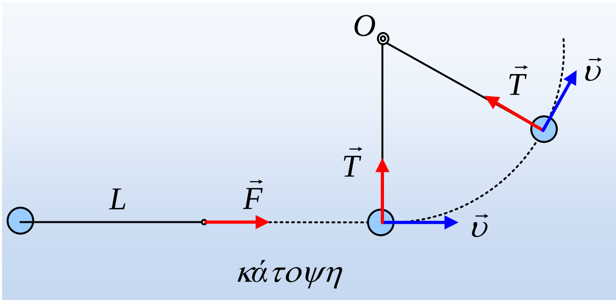
Ένα σώμα στο άκρο νήματος.



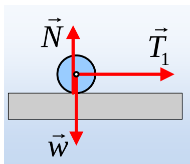
Ένα μικρό σώμα μάζας 0,2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δένουμε το σώμα με ένα αβαρές οριζόντιο νήμα μήκους L, στο άλλο άκρο του οποίου ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=0,4N, τραβώντας το σώμα, τη στιγμή t_0=0. Τη χρονική στιγμή t_1=4s, παύουμε να τραβάμε το νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου στερεώνουμε σε σταθερό σημείο Ο του οριζοντίου επιπέδου τη στιγμή t_2=5s, σε τέτοια θέση, έτσι ώστε το νήμα να είναι κάθετο στην ταχύτητα του σώματος, όπως στο σχήμα, οπότε το σώμα συνεχίζει να κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας L. Αν η τάση του νήματος στη διάρκεια της κυκλικής κίνησης είναι δεκαπλάσια της τάσης κατά την ευθύγραμμη κίνηση, να βρεθούν:

i) Το μέτρο της ταχύτητας κατά τη διάρκεια της κυκλικής κίνησης.
ii) Το διάστημα που διανύει το σώμα από τη στιγμή t_o μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=8s.
iii) Το μήκος του νήματος.
iv) Το έργο της τάσης του νήματος στα χρονικά διαστήματα:
   α) από 0-4s
   β) Από 5s-9s

Απάντηση:

i) Μόλις τραβήξουμε το νήμα, ασκείται στο σώμα η τάση του νήματος T_1 ίσου μέτρου με τη δύναμη F*, οπότε το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση:

$$\alpha = \frac{T_1}{m} = \frac{F}{m} = \frac{0{,}4}{0{,}2} m/s^2 = 2 m/s^2$$



αφού στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα ισορροπεί, δηλαδή ΣF_y=0 ή N=w=mg. Έτσι το σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα στη διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης, οπότε τη στιγμή t_1 θα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$\upsilon = \alpha t_1 = 2 \cdot 4 m/s = 8 m/s$$

Η ταχύτητα αυτή θα παραμείνει σταθερή από 4s-5s και με αυτήν την ταχύτητα θα αρχίσει την ομαλή κυκλική κίνησή του.

ii) Από 0-4s το σώμα μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2 m = 16 m$$

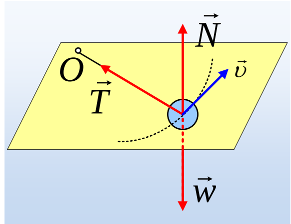
Από 4s-5s: $\Delta x_2 = \upsilon \cdot \Delta t = 8 \cdot 1m = 8m$.

Από 5s-8s, το μήκος του τόξου που διαγράφει είναι $s_3 = \upsilon \cdot \Delta t = 8 \cdot 3m = 24m$.

Συνεπώς το διάστημα που έχει διανύσει είναι:

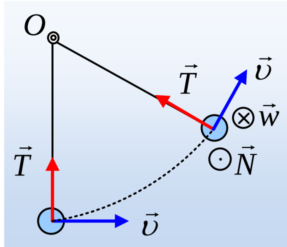
$$s=\Delta x_1+\Delta x_2+s_3=16m+8m+24m=48m.$$

iii) Η τάση του νήματος είναι η κεντρομόλος δύναμη που επιβάλει την ομαλή κυκλική κίνηση στο σώμα, αφού στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα ισορροπεί, δηλαδή $\Sigma F_y=0$ ή N=w=mg:



$$T=m\frac{\upsilon^2}{R}\rightarrow R=L=\frac{m\upsilon^2}{T}=\frac{0{,}2\cdot 8^2}{4}m=3{,}2m$$

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δυο διαφορετικοί τρόποι σχεδίασης των δυνάμεων. Στο πρώτο με προοπτική στο χώρο, στο 2ο κάτοψη, όπου ⊗ παριστά διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα και ⊙ διάνυσμα επίσης κάθετο στη σελίδα με φορά προς τον αναγνώστη.



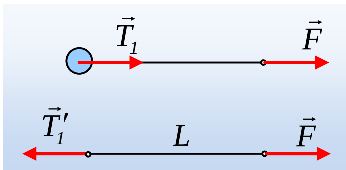
iv) α) Στη διάρκεια της ευθύγραμμης κίνησης η δύναμη F παράγει έργο, ίσο με το έργο της τάσης T_1:

$$W_{T_1}=W_F=F\cdot\Delta x_1=0{,}4\cdot 16\,J=6{,}4\,J$$

β) Στη διάρκεια της κυκλικής κίνησης η τάση του νήματος δεν παράγει έργο, αφού είναι διαρκώς κάθετη στη μετατόπιση (κάθετη στην ταχύτητα, η οποία έχει την κατεύθυνση της στοιχειώδους μετατόπισης dx, αφού $\vec{\upsilon}=\dfrac{d\vec{x}}{dt}$).

Σχόλιο.

* Όταν στο άκρο του νήματος ασκήσουμε τη δύναμη $\vec{F}$, η δύναμη αυτή «μεταφέρεται» μέσω του νήματος οπότε ασκείται δύναμη ίσου μέτρου στο σώμα, από το άλλο άκρο του νήματος, δύναμη που ονομάζεται τάση του νήματος και την συμβολίσαμε παραπάνω ως $\vec{T}_1$. Γιατί;



Μόλις ασκήσουμε στο δεξιό άκρο του νήματος τη δύναμη $\vec{F}$, τότε το σώμα ασκεί στο νήμα μια δύναμη $\vec{T}_1'$ οπότε για το νήμα ο 2ος νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\Sigma F_v=m_v a\rightarrow$$

Αν όμως το νήμα θεωρείται αβαρές, τότε $m_v\rightarrow 0$, οπότε:

$$\Sigma F_v=0 \text{ ή}$$

$$F\text{-}T_1'=0\rightarrow T_1'=F=0{,}4N$$

Αλλά αν το σώμα ασκήσει στο νήμα την δύναμη $\vec{T}_1'$, τότε το νήμα ασκεί στο σώμα την αντίδρασή της $\vec{T}_1$ ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς, όπως στο σχήμα, συνεπώς $\vec{T}_1=\vec{F}$.

Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…
Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης