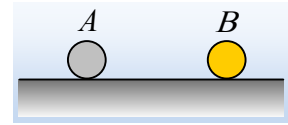


### Δυο φορτισμένες σφαίρες αλληλεπιδρούν.

Σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο συγκρατούμε δυο μικρές σφαίρες Α και Β με φορτία  $q_1=0,2\mu\text{C}$  και  $q_2=1\mu\text{C}$  σε απόσταση  $d=1\text{cm}$ .



α) Αν συγκρατήσουμε την Α και αφήσουμε την Β σφαίρα να κινηθεί, αυτή αποκτά ταχύτητα  $v_2=3\text{m/s}$  μόλις μετακινηθεί κατά  $x=1\text{cm}$ .

β) Αν συγκρατήσουμε την Β σφαίρα και αφήσουμε την Α να κινηθεί, αυτή θα αποκτήσει ταχύτητα  $v_1=6\text{m/s}$  τη στιγμή που απέχει κατά  $4\text{cm}$  από την Β.

- i) Να υπολογιστεί η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια αλληλεπίδρασης των δύο σφαιρών στην αρχική τους θέση.
- ii) Να βρεθούν τα έργα που παράγονται από τις δυνάμεις που ασκούνται στις δυο σφαίρες στην πρώτη περίπτωση (α).
- iii) Να υπολογιστεί η μάζα της Α σφαίρας.

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα αφήνουμε ταυτόχρονα και τις δυο σφαίρες να κινηθούν.

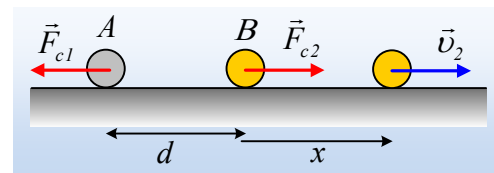
- iv) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ τους τη στιγμή που η Β σφαίρα έχει ταχύτητα  $3\text{m/s}$ .

#### Απάντηση:

- i) Η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σφαιρών είναι:

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-2}} \text{J} = 0,18 \text{J}$$

- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στις δύο σφαίρες. Συγκρατώντας ακίνητη την Α σφαίρα, η δύναμη  $F_{c1}$  δεν παράγει έργο, ενώ η  $F_{c2}$  παράγει έργο:



$$W_{F_{c2}} = q_2 (V_{\text{αρχ}} - V_{\text{τελ}}) = q_2 \left( k \frac{q_1}{d} - k \frac{q_1}{d+x} \right) \rightarrow$$

$$W_{F_{c2}} = k q_1 q_2 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d+x} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6} \left( \frac{1}{1 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{2 \cdot 10^{-2}} \right) \text{J} = 0,09 \text{J}$$

- iii) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση της Α σφαίρας, στην β) περίπτωση που η Β σφαίρα συγκρατείται ακίνητη.

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{c1}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = q_1 (V_{\text{αρχ}} - V_{\text{τελ}}) \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = k q_1 q_2 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{r} \right) \rightarrow$$

$$m_1 = \frac{2kq_1q_2}{v_1^2} \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{r} \right) = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{6^2} \left( \frac{1}{1 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} \right) \text{kg} \rightarrow$$

$$m_1 = 0,075 \text{kg} = 75 \text{g}$$

iv) Αρχικά ως επιστρέψουμε στο α) πείραμα και ως εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την Β σφαίρα, με σκοπό να υπολογίσουμε την μάζα της.

$$K_{2\text{τελ}} - K_{2\text{αρχ}} = W_{F_{e2}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - 0 = W_{F_{e2}} \rightarrow$$

$$m_2 = \frac{2W_{F_{e2}}}{v_2^2} = \frac{2 \cdot 0,09}{3^2} \text{kg} = 0,02 \text{kg} = 20 \text{g}$$

Στο τρίτο τώρα πείραμα που αφήνονται ταυτόχρονα και οι δύο σφαίρες να κινηθούν, το σύστημά τους είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή, από όπου:

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 3}{75 \cdot 10^{-3}} \text{m/s} = 0,8 \text{m/s}$$

Εξάλλου με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα, αν  $r$  η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών, θα πάρουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$0 + U_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + k \frac{q_1 q_2}{r} \rightarrow$$

$$r = \frac{2kq_1 q_2}{2U_{\text{αρχ}} - m_1 v_1^2 - m_2 v_2^2}$$

$$r = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,18 - 0,075 \cdot 0,8^2 - 0,02 \cdot 3^2} \text{m} \approx 0,027 \text{m} \approx 2,7 \text{cm}$$

## Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονύσης Μάργαρης*