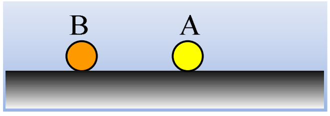
Κίνηση δύο φορτισμένων σφαιρών.



Σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο συγκρατούνται σε απόσταση 1,5cm δύο μικρές φορτισμένες σφαίρες Α και Β, οι οποίες απωθούνται με δύναμη F=240N. Η Α σφαίρα έχει μάζα m_1=100g και φέρει φορτίο q_1=3μC.

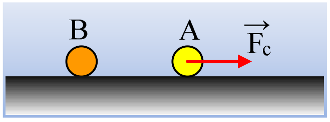
i) Να βρεθεί το φορτίο της Β σφαίρας καθώς και η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

ii) Σε μια στιγμή t_0=0, αφήνουμε ελεύθερη την Α σφαίρα, οπότε μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, έχει αποκτήσει ταχύτητα υ=6m/s. Ποια είναι η απόσταση μεταξύ των σφαιρών τη στιγμή αυτή;

iii) Τη στιγμή t_1 ελευθερώνουμε και την σφαίρα Β, οπότε μετά από λίγο, τη στιγμή t_2, η Α σφαίρα έχει ταχύτητα $υ_1$=8m/s, ενώ η Β ταχύτητα μέτρου $υ_2$=2m/s. Να βρεθεί η μάζα της σφαίρας Β, καθώς και η απόσταση r_2 μεταξύ των δύο σφαιρών τη στιγμή t_2.

Δίνεται $k_c=9\cdot 10^9 N\cdot m^2/C^2$.

Απάντηση:



i) Η δύναμη Coulomb που ασκείται στις δυο σφαίρες έχει μέτρο:

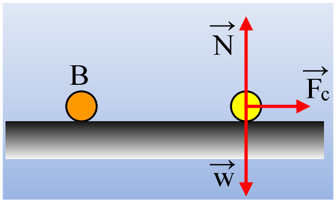
$$F = k_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \rightarrow |q_2| = \frac{F \cdot r^2}{k_c q_1} \rightarrow$$

$$|q_2| = \frac{F \cdot r^2}{k_c q_1} = \frac{240 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{-2})^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} C = 2 \cdot 10^{-6} C = 2\mu C$$

Αφού δε τα δυο φορτία απωθούνται, και q_1>0 θα είναι και q_2=+2μC.

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1{,}5 \cdot 10^{-2}} J = 3{,}6 J$$



ii) Έστω r_1 η απόσταση των δύο σφαιρών τη στιγμή t_1. Μπορούμε να βρούμε την απόσταση μεταξύ των σφαιρών, με εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας, είτε με χρήση του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.). Ας χρησιμοποιήσουμε το δεύτερο:

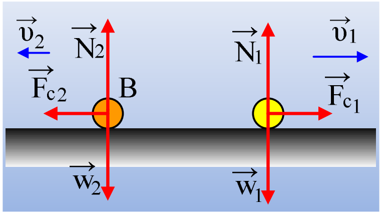
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w + W_N + W_{Fc} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 - 0 = q_2 (V_a - V_\kappa) \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 = k_c \frac{q_1 q_2}{r} - k_c \frac{q_1 q_2}{r_1}$$

$$r_1 = k_c \frac{q_1 q_2}{k_c \frac{q_1 q_2}{r} - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1{,}5 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{2} 0{,}1 \cdot 6^2} m = 3 \cdot 10^{-2} m = 3cm$$

iii) Μόλις αφεθεί ελεύθερη και η σφαίρα Β, τότε πλέον έχουμε ένα μονωμένο σύστημα, αφού οι δυο σφαίρες επιταχύνονται με την επίδραση των εσωτερικών δυνάμεων F_{c1} και F_{c2}, ενώ $N_1=w_1$ και $N_2=w_2$, αφού οι σφαίρες ισορροπούν στην κατακόρυφη διεύθυνση.



Εφαρμόζοντας για το σύστημα την αρχή διατήρηση της ορμής μεταξύ των θέσεων που βρίσκονται τις στιγμές t_1 και t_2, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, παίρνουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \rightarrow m_1\upsilon = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \rightarrow$$

$$m_2 = \frac{m_1(\upsilon_1 - \upsilon)}{\upsilon_2} = \frac{0{,}1(8-6)}{2}kg = 0{,}1kg$$

Εφαρμόζοντας εξάλλου την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων παίρνουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow (1)$$

Αλλά:

$$K_{αρχ} = ½\ m_1\upsilon_1^2 = ½\ \cdot 0{,}1\cdot 6^2 J = 1{,}8J$$

$$U_{αρχ} = k_c\frac{q_1q_2}{r_1} = 9\cdot 10^9\frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{3\cdot 10^{-2}}J = 1{,}8J$$

$$K_{τελ} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}0{,}1\cdot 8^2 J + \frac{1}{2}0{,}1\cdot 2^2 J = 3{,}4J$$

Οπότε από την σχέση (1) παίρνουμε: $U_{τελ} = 1{,}8J + 1{,}8J - 3{,}4J = 0{,}2J$

$$\text{Αλλά } U_{τελ} = k_c\frac{q_1q_2}{r_2} \rightarrow$$

$$r_2 = k_c\frac{q_1q_2}{U_{τελ}} = 9\cdot 10^9\frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 10^{-1}}m = 27\cdot 10^{-2}m = 27cm$$

Σχόλια:

1) Στο τελευταίο ερώτημα η απάντηση δεν θα μπορούσε να δοθεί με χρήση του Θ.Μ.Κ.Ε. αφού δεν έχουμε τρόπο να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης F_{c1} ή F_{c2}. Κατά την κίνηση του συστήματος, ένα μέρος της δυναμικής ενέργειας του συστήματος, η οποία μειώνεται, μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια των δύο σφαιρών. Αλλά ο τρόπος «μοιράσματος» αυτής της ενέργειας καθορίζεται με βάση την ΑΔΟ, την οποία και πρέπει να χρησιμοποιήσουμε.

2) Θα μπορούσαμε βέβαια να χρησιμοποιήσουμε την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα, μεταξύ της αρχικής θέσης r=1,5cm και της τελικής όπου r=27cm. Προσοχή όμως δεν θα μπορούσε

μεταξύ αυτών των θέσεων να χρησιμοποιήσουμε την ΑΔΟ, αφού μέχρι τη στιγμή t_1 συγκρατούμε την σφαίρα Β, προφανώς ασκώντας της κάποια εξωτερική δύναμη, οπότε το σύστημα δεν είναι μονωμένο.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης