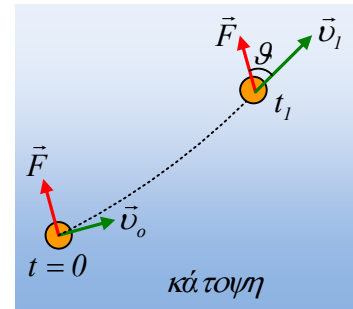


Η ορμή και η καμπυλόγραμμη κίνηση ενός σώματος.

Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο έχοντας ορμή $p_0=12\text{kg}\cdot\text{m/s}$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, δέχεται την επίδραση μιας **σταθερής** οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=4\text{N}$, με διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας v_0 , όπως στο σχήμα. (Το σχήμα είναι σε κάτοψη, πράγμα που σημαίνει ότι έχουν σχεδιαστεί τα πράγματα, όπως φαίνονται από έναν παρατηρητή, ο οποίος είναι πάνω από το οριζόντιο επίπεδο της κίνησης). Τη στιγμή $t_1=4\text{s}$ η ταχύτητα v_1 του σώματος σχηματίζει γωνία θ με τη διεύθυνση της δύναμης.



Ζητούνται:

- i) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, τις χρονικές στιγμές t_0 και t_1 .
- ii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος από 0-4s.
- iii) Η ορμή του σώματος τη στιγμή t_1 .
- iv) Αν το σώμα έχει μάζα $m=2\text{kg}$, να βρεθούν:
 - α) Το έργο της δύναμης στο χρονικό διάστημα 0-4s.
 - β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές t_0 και t_1 .

Απάντηση:

- i) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Αλλά η ασκούμενη (συνισταμένη) δύναμη είναι σταθερή (πράγμα που σημαίνει σταθερή κατεύθυνση και σταθερό μέτρο, αφού το βάρος και η κάθετη αντίδραση N είναι δυνάμεις κατακόρυφες με μηδενική συνισταμένη), οπότε για όλη τη διάρκεια της κίνησης ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος έχει σταθερή κατεύθυνση αυτή της δύναμης και μέτρο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F = 4\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2.$$

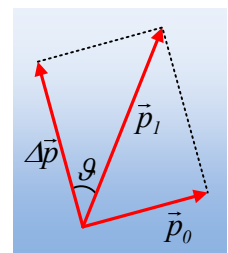
- ii) Από τον ίδιο με παραπάνω νόμο, προκύπτει ότι η μεταβολή της ορμής έχει την κατεύθυνση της δύναμης και μέτρο:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = 4 \cdot 4\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s} = 16\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

- iii) Από την μεταβολή της ορμής παίρνουμε:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 \rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_0 + \Delta \vec{p}$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει, ότι η ορμή p_1 τη στιγμή t_1 , θα είναι το διανυσματικό άθροισμα της αρχικής ορμής και της μεταβολής της ορμής, στο χρονικό διάστημα 0-4s. Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα έχουμε:



$$p_1 = \sqrt{p_0^2 + (\Delta p)^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s} = 20 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

$$\text{Και } \varepsilon\phi\theta = \frac{p_0}{\Delta p} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

iv) Το σώμα έχει αρχική ταχύτητα $p_0 = m v_0 \rightarrow v_0 = \frac{p_0}{m} = \frac{12}{2} \text{ m} / \text{s} = 6 \text{ m} / \text{s}$ ενώ αντίστοιχα τη στιγμή

$$t_1 \text{ έχουμε } v_1 = \frac{p_1}{m} = \frac{20}{2} \text{ m} / \text{s} = 10 \text{ m} / \text{s}.$$

α) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα, ανάμεσα στην αρχική θέση ($t=0$) και τη θέση που βρίσκεται τη στιγμή t_1 , έχουμε:

$$K_t - K_a = W_F$$

$$W_F = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 \text{ J} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2 \text{ J} = 64 \text{ J}$$

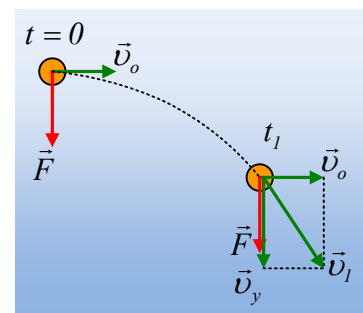
β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας $\frac{\Delta K}{\Delta t}$, είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου που παράγει. Αλλά ο ρυθμός αυτός είναι ίσος με τη στιγμιαία ισχύ της δύναμης F.

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

- Έτσι τη στιγμή $t_0=0$: $\frac{\Delta K}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = F \cdot v \cdot \sigma\upsilon\nu 90^\circ = 0$
- Ενώ τη στιγμή $t_0=4\text{s}$: $\frac{\Delta K}{\Delta t} = F \cdot v_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = F \cdot v_1 \cdot \frac{\Delta p}{p_1} = 4 \cdot 10 \cdot \frac{16}{20} \text{ J} / \text{s} = 32 \text{ J} / \text{s}$

Σχόλιο:

Η δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι σταθερή. Αλλά τότε θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, όπως ακριβώς δουλεύουμε στην οριζόντια βολή. Στη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας v_0 (άξονας x), η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλή, ενώ στη διεύθυνση της δύναμης (άξονας y) ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Η τροχιά δηλαδή του σώματος θα είναι μια παραβολή. Δεν έχετε παρά να... περιστρέψετε το σχήμα και να πάρετε την διπλανή εικόνα...



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονόσης Μάργαρης