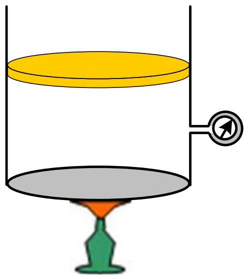
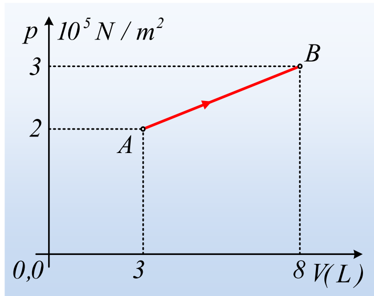
Μια ευθύγραμμη αντιστρεπτή μεταβολή.

Μια ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο. Θερμαίνοντας το αέριο εκτελεί την αντιστρεπτή μεταβολή ΑΒ του παρακάτω σχήματος.





i) Να βρεθεί η μαθηματική σχέση p-V, που συνδέει την πίεση με τον όγκο του αερίου, κατά τη διάρκεια της μεταβολής αυτής.

ii) Ποιος ο όγκος του αερίου τη στιγμή που το μανόμετρο δείχνει ένδειξη $p_1=2{,}4\cdot 10^5 N/m^2$.

iii) Να υπολογιστεί το έργο που παράγει το αέριο κατά τη μεταβολή ΑΒ;

iv) Αν η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου στην κατάσταση Α είναι $\upsilon_{A,\varepsilon\nu}=400m/s$, ποια η αντίστοιχη ενεργός ταχύτητα στην κατάσταση Β;

Απάντηση:

i) Με βάση το διάγραμμα η πίεση μεταβάλλεται γραμμικά με τον όγκο, συνεπώς η συνάρτηση p=p(V) είναι της μορφής:

$$p=\alpha V+\beta$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές πίεσης και όγκου για τις καταστάσεις Α και Β έχουμε:

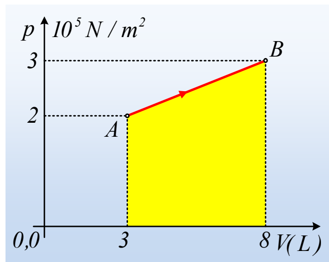
$$\left.\begin{aligned} 2\cdot 10^5 &= 3\cdot 10^{-3}\cdot\alpha+\beta \\ 3\cdot 10^5 &= 8\cdot 10^{-3}\cdot\alpha+\beta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}\text{με αφαίρεση}\\ \text{κατά μέλη:}\end{matrix}\right\} \Rightarrow 1\cdot 10^5=5\cdot 10^{-3}\cdot\alpha \rightarrow \alpha=2\cdot 10^7 \text{ οπότε και } \beta=1{,}4\cdot 10^5.$$

Συνεπώς $p=2\cdot 10^7 V+ 1{,}4\cdot 10^5$ (μονάδες στο S.I.)

ii) Από την παραπάνω συνάρτηση παίρνουμε:

$$2{,}4\cdot 10^5=2\cdot 10^7 V+ 1{,}4\cdot 10^5 \rightarrow V=5\cdot 10^{-3} m^3=5L.$$

iii) Το έργο που παράγει το αέριο, είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του τραπεζίου με κίτρινο χρώμα, στο διπλανό σχήμα:



$$W=\frac{(3+2)10^5 N/m^2}{2}\cdot(8-3)10^{-3} m^3=1.250J.$$

iv) Για την μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου ισχύει:

$$\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}=\frac{3}{2}kT \rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu}=\sqrt{\overline{\upsilon^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (1)$$

Παίρνοντας την καταστατική εξίσωση για τις καταστάσεις Α και Β και διαιρώντας κατά μέλη έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} P_A V_A = nRT_A \\ P_B V_B = nRT_B \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{p_A V_A}{p_B V_B} = \frac{T_A}{T_B} \rightarrow \frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$$ (συνδυαστικός νόμος)

Αλλά τότε:

$$T_B = \frac{p_B V_B}{p_A V_A} T_A = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} T_A = 4T_A$$

Και από την (1) παίρνουμε:

$$\upsilon_{\varepsilon\nu/B} = \sqrt{\frac{3kT_B}{m}} = \sqrt{\frac{3k \cdot 4T_A}{m}} = 2\sqrt{\frac{3kT_A}{m}} = 2\upsilon_{\varepsilon\nu/A}$$

$$\upsilon_{\varepsilon\nu/B} = 2\upsilon_{\varepsilon\nu/A} = 2 \cdot 400 m/s = 800 m/s$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης