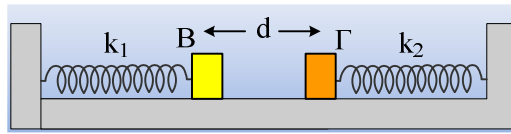


Άλλη μια κρούση κατά τη διάρκεια ταλάντωσης.



Τα σώμα Β και Γ με μάζες $m_1=0,1\text{kg}$ και $m_2=2m_1=0,2\text{kg}$ ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα οριζόντιων ελατηρίων με σταθερές $k_1=30\text{N/m}$ και $k_2=2k_1=60\text{N/m}$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα, όπου οι άξονες των δύο ελατηρίων συμπίπτουν. Τα σώματα που θεωρούνται υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων απέχουν κατά $d=0,3\text{m}$. Ασκώντας κατάλληλες δυνάμεις στα σώματα, συσπειρώνουμε κάθε ελατήριο κατά $0,3\text{m}$ και αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα να εκτελέσουν ΑΑΤ. Μετά από λίγο τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, οπότε το συσσωμάτωμα εκτελεί μια νέα ΑΑΤ με σταθερά $D=k_1+k_2$.

Ζητούνται:

- i) Η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σώματος πριν την κρούση.
- ii) Η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- iii) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας (η ενέργεια που εμφανίζεται ως αύξηση της θερμικής ενέργειας των σωμάτων, συν ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης των σωμάτων, συν ενέργεια ήχου...), που οφείλεται στην κρούση.

Απάντηση:

- i) Το κάθε σώμα θα εκτελέσει ταλάντωση με πλάτος $A=0,3\text{m}$, συνεπώς με ενέργειες ταλάντωσης:

$$E_1 = \frac{1}{2} D_1 A^2 = \frac{1}{2} k_1 A^2 = \frac{1}{2} 30 \cdot 0,3^2 \text{ J} = 1,35 \text{ J} \text{ και}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} D_2 A^2 = \frac{1}{2} k_2 A^2 = \frac{1}{2} 60 \cdot 0,3^2 \text{ J} = 2,7 \text{ J}$$

- ii) Οι δυο ταλαντώσεις πραγματοποιούνται με την ίδια περίοδο $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1}{2k_1}}$ συνεπώς τα

σώματα θα περάσουν ταυτόχρονα από τις θέσεις ισορροπίας και θα συγκρουστούν, αφού επιμηκύνουν εξίσου τα δυο ελατήρια, στο μέσον της αρχικής απόστασης, σε απόσταση $x_1=0,15\text{m}$ από τις θέσεις ισορροπίας κάθε επιμέρους ταλάντωσης. Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ενέργειας ταλάντωσης για κάθε σώμα παίρνουμε (θετική η προς τα δεξιά κατεύθυνση):

$$E_1 = K_1 + U_1 \rightarrow \frac{1}{2} k_1 A^2 = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \rightarrow$$

$$v_1 = + \sqrt{\frac{k_1}{m_1} (A^2 - x_1^2)} = + \sqrt{\frac{30}{0,1} (0,3^2 - 0,15^2)} \text{ m/s} = 4,5 \text{ m/s}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2} k_2 A^2 = \frac{1}{2} k_2 x_2^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \rightarrow$$

$$v_2 = -\sqrt{\frac{k_2}{m_2}(A^2 - x_2^2)} = -\sqrt{\frac{600}{2}(0,3^2 - 0,15^2)} \text{ m/s} = -4,5 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ορμής για την κρούση παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho} = \vec{P}_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{\kappa} \rightarrow$$

$$v_{\kappa} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0,1 \cdot 4,5 + 0,2 \cdot (-4,5)}{0,1 + 0,2} \text{ m/s} = -1,5 \text{ m/s}$$

Παίρνοντας το συσσωμάτωμα στην θέση ισορροπίας του έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow$$

$$F_{\epsilon\lambda 1} = F_{\epsilon\lambda 2} \rightarrow k_1 \cdot \Delta \ell_1 = k_2 \cdot \Delta \ell_2 \rightarrow \Delta \ell_1 = 2 \cdot \Delta \ell_2$$

$$\text{Όμως } \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 = 0,3 \text{ m} \rightarrow$$

$$\Delta \ell_1 = 0,2 \text{ m} \text{ και } \Delta \ell_2 = 0,1 \text{ m}$$

Οπότε τη στιγμή της κρούσης το συσσωμάτωμα βρίσκεται

σε απομάκρυνση $x = 0,15 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = -0,05 \text{ m}$ (0,05 m αριστερά της νέας θέσης ισορροπίας του).

Έτσι η ενέργεια της νέας ταλάντωσης θα είναι:

$$E_{\tau} = K + U = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\kappa}^2 + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2 = \frac{1}{2}0,3 \cdot 1,5^2 \text{ J} + \frac{1}{2}90 \cdot 0,05^2 \text{ J} = 0,45 \text{ J}$$

iii) Για την απώλεια της μηχανικής ενέργειας, θα πρέπει να δουλέψουμε όχι με τις ενέργειες ταλάντωσης, αλλά με τη βοήθεια της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωμάτων και των δύο ελατηρίων:

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = E_{\mu\eta\chi / \pi\rho\nu} - E_{\mu\eta\chi / \mu\epsilon\alpha\acute{\iota}}$$

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = \left(\frac{1}{2}k_1(\Delta \ell_1)^2 + \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \right) + \left(\frac{1}{2}k_2(\Delta \ell_2)^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2}k_1(\Delta \ell_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(\Delta \ell_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\kappa}^2 \right)$$

ή

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\kappa}^2 \quad \text{ή}$$

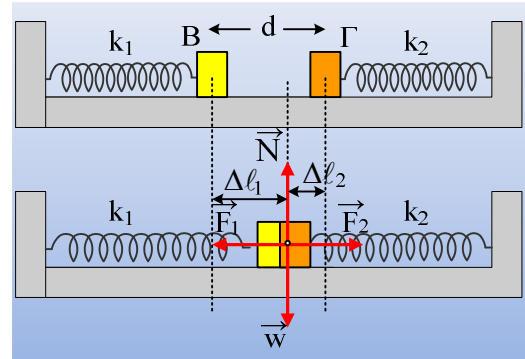
$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2}0,1 \cdot 4,5^2 \text{ J} + \frac{1}{2}0,2 \cdot 4,5^2 \text{ J} - \frac{1}{2}0,3 \cdot 1,5^2 \text{ J} = 2,7 \text{ J}$$

Σχόλιο:

Η παραπάνω απώλεια της μηχανικής ενέργειας δεν πρέπει να συγχέεται με τη μείωση της ενέργειας ταλαντώσεων (όπου είναι ένα μέρος της συνολικής μηχανικής ενέργειας, αλλά όχι η μηχανική ενέργεια!).

Η μείωση της ενέργειας που αναφέρεται στις ενέργειες των ταλαντώσεων θα είναι

$$\Delta E_{\alpha\lambda} = (E_1 + E_2) - E_{\tau} = 1,35 \text{ J} + 2,7 \text{ J} - 3,4875 \text{ J} = 2,6 \text{ J}$$



Και προφανώς δεν έχει καμιά σχέση με την ζητούμενη απώλεια μηχανικής ενέργειας!

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης