

Οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις.

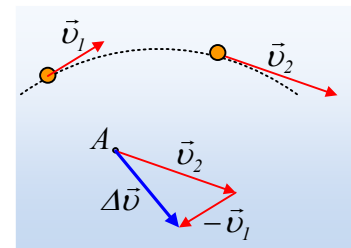
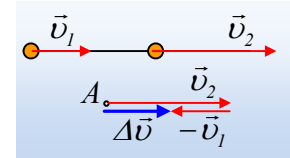
Αίτη θεωρία...

Η ταχύτητα ενός σώματος είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος, οπότε και η μεταβολή της ταχύτητας μεταξύ δύο χρονικών στιγμών $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ θα είναι επίσης διανυσματικό μέγεθος. Πώς βρίσκεται;

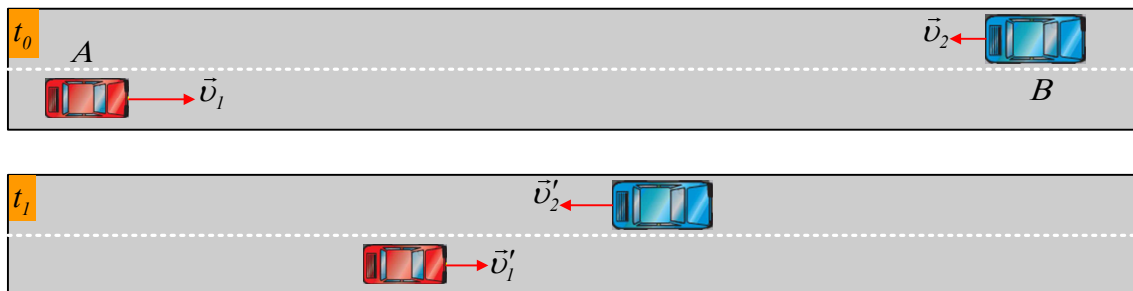
Η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$

Πράγμα που σημαίνει ότι, αφού πάρουμε ένα τυχαίο σημείο Α, καθιστούμε τα διανύσματα \vec{v}_2 και $-\vec{v}_1$ διαδοχικά και το διάνυσμα που έχει αρχή την αρχή του πρώτου και τέλος το τέλος του δεύτερου, παριστά το διανυσματικό άθροισμα, $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$ όπως ακριβώς φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Πάνω η μεταβολή της ταχύτητας στην περίπτωση μιας ευθύγραμμης κίνησης, κάτω η γενικότερη περίπτωση κατά την οποία αλλάζει και η διεύθυνση της ταχύτητας. Και τώρα



Άσκηση:



Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο κινούνται αντίθετα δύο αυτοκίνητα Α και Β. Τη στιγμή $t_0=2s$ τα αυτοκίνητα έχουν ταχύτητες $v_1=20m/s$ και $v_2=-6m/s$, ενώ τη χρονική στιγμή $t_1=5s$ οι ταχύτητες έχουν γίνει $v_1'=5m/s$ και $v_2'=-15m/s$ (θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά). Οι ταχύτητες μεταβάλλονται με σταθερούς ρυθμούς (ομαλά).

ι) Για το παραπάνω χρονικό διάστημα να υπολογιστούν:

α) Η μεταβολή της ταχύτητας κάθε αυτοκινήτου.

β) Οι επιταχύνσεις των αυτοκινήτων.

γ) Να σχεδιάσετε στον διπλανό πίνακα ένα διανυσματικό διάγραμμα (όπως παραπάνω), στο οποίο να εμφανίζονται για κάθε αυτοκίνητο, οι ταχύτητες, η μεταβολή της ταχύτητας και η επιτάχυνση. Τι κάνουν τα παραπάνω αυτοκίνητα, «επιταχύνονται» ή «επιβραδύνονται» και γιατί;

Α	Β

- δ) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας κάθε αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα από $t_2=3,2s$ έως τη στιγμή $t_3=4s$.
- ii) Να γράψετε τις εξισώσεις για τις ταχύτητες των αυτοκινήτων, σε συνάρτηση με το χρόνο (υ-t).
- iii) Ποια χρονική στιγμή τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, για πρώτη φορά;

Απάντηση:

- i) α) Για τις μεταβολές των ταχυτήτων έχουμε (δουλεύουμε αλγεβρικά):

$$\text{Αυτοκίνητο A: } \Delta \vec{v}_A = \vec{v}'_1 - \vec{v}_1 \rightarrow \Delta v_A = v'_1 - v_1 = 5m/s - 20m/s = -15m/s$$

$$\text{Αυτοκίνητο B: } \Delta \vec{v}_B = \vec{v}'_2 - \vec{v}_2 \rightarrow \Delta v_B = v'_2 - v_2 = -15m/s - (-6)m/s = -9m/s$$

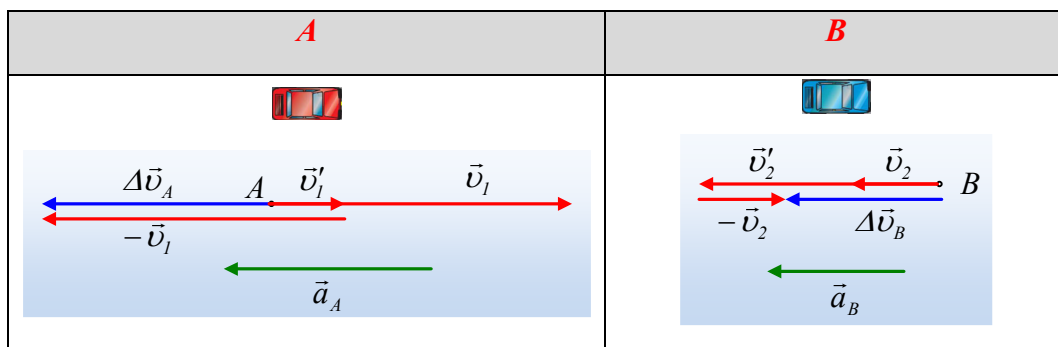
Οι αρνητικές τιμές που υπολογίσαμε, σημαίνουν ότι και οι δύο μεταβολές της ταχύτητας έχουν κατεύθυνση προς την αρνητική κατεύθυνση (προς τα αριστερά).

- β) Αντίστοιχα οι επιταχύνσεις έχουν τιμές:

$$\alpha_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{-15m/s}{5s - 2s} = -5m/s^2. \text{ και } \alpha_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = \frac{-9m/s}{5s - 2s} = -3m/s^2.$$

Οι επιτάχυνση έχει πάντα την κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας, έτσι και δω βρήκαμε και τις δύο επιταχύνσεις να έχουν κατεύθυνση προς τα αριστερά.

- γ) Στον πίνακα έχουν σχεδιαστεί, για κάθε αυτοκίνητο, τα διανύσματα της ταχύτητας, της μεταβολής της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.



Το Α αυτοκίνητο έχει ταχύτητα προς τα δεξιά και επιτάχυνση προς τα αριστερά, συνεπώς επιβραδύνεται, ενώ το Β, έχει ταχύτητα προς τα αριστερά και επιτάχυνση επίσης προς τα αριστερά, οπότε επιταχύνεται. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε δουλεύοντας με τα **μέτρα** των ταχυτήτων. Το μέτρο της ταχύτητας του Α μειώνεται, άρα επιβραδύνεται, ενώ το μέτρο της ταχύτητας του Β αυξάνεται οπότε επιταχύνεται.

- δ) Από τον ορισμό της επιτάχυνσης $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ παίρνουμε $\Delta v = a \cdot \Delta t$, οπότε:

$$\Delta v_A = a_A \cdot (t_3 - t_2) = -5 \cdot (4 - 3,2)m/s = -4m/s$$

$$\Delta v_B = a_B \cdot (t_3 - t_2) = -3 \cdot (4 - 3,2)m/s = -2,4m/s$$

ii) Από την εξίσωση της επιτάχυνσης $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow v - v_0 = a(t - t_0) \rightarrow$

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

Όπου v_0 η αρχική ταχύτητα την αρχική χρονική στιγμή t_0 , κατά την οποία ξεκινάμε να μελετάμε την κίνηση, οπότε παίρνουμε:

Αυτοκίνητο A: $\rightarrow v_A = 20 + (-5)(t - 2) \rightarrow v_A = 20 - 5(t - 2)$ (S.I.) για $t \geq 2$ s.

Αυτοκίνητο B: $v_B = -6 + (-3)(t - 2) \rightarrow v_B = -6 - 3(t - 2)$ (S.I.) για $t \geq 2$ s.

iii) Τη στιγμή που οι δυο ταχύτητες έχουν ίσα μέτρα ισχύει $|v_A| = |v_B|$ ή

$$20 - 5(t - 2) = 6 + 3(t - 2) \rightarrow$$

$$8(t - 2) = 14 \rightarrow 8t = 16 + 14 \rightarrow$$

$$t = 3,75 \text{ s}$$

Πράγματι τη στιγμή αυτή οι ταχύτητες είναι ίσες με:

$$v_A = 20 - 5(t - 2) = 20 - 5(3,75 - 2) = 11,25 \text{ m/s και}$$

$$v_B = -6 - 3(t - 2) = -6 - 3(3,75 - 2) = -11,25 \text{ m/s}$$

Πράγμα που σημαίνει ότι οι δύο ταχύτητες έχουν ίσα μέτρα.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονόσης Μάργαρης