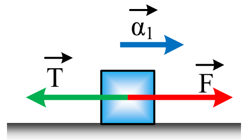
Ποια στιγμή να καταργήσω την δύναμη;

Μικρό σώμα μάζας m = 5 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Η τριβή ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου επιπέδου έχει μέτρο 20 N. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια



δύναμη $\vec{F}$ μέτρου ίσο με 50 N με την επίδραση της οποίας το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/ s^2. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα,

β. το ρυθμό μεταβολής της θέσης την χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s,

γ. την χρονική στιγμή t_2 που πρέπει να καταργήσουμε την δύναμη $\vec{F}$ ώστε το σώμα να σταματήσει την χρονική στιγμή $t_3 = 15$ s

δ. την μέγιστη ταχύτητα κατά την διάρκεια της κίνησης και την συνολική μετατόπιση.

Απάντηση:

α. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F - T = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{F-T}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{50-20}{5}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1 = 6\frac{m}{s^2}}$$

β. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι η ταχύτητα, οπότε την χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s έχουμε:

$$\frac{dx}{dt} = \upsilon_1 = \alpha_1 t_1 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 6 \cdot 2\frac{m}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{dx}{dt} = 12\frac{m}{s}}.$$

γ. Από την στιγμή που θα καταργήσουμε την δύναμη $\vec{F}$ το σώμα θα εκτελέσει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση εξαιτίας της τριβής. Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης είναι:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -T = m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{-T}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{-20}{5}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_2 = -4\frac{m}{s^2}.$$

Τα χρονικά διαστήματα επιταχυνόμενης και επιβραδυνόμενης κίνησης είναι $\Delta t_1 = t_2 - t_0 = t_2$ και $\Delta t_2 = t_3 - t_2$

Από τις επιταχύνσεις με διαίρεση προκύπτει:

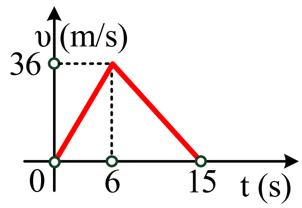
$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\frac{\dfrac{\Delta\upsilon_1}{\Delta t_1}}{\dfrac{\Delta\upsilon_2}{\Delta t_2}}\Rightarrow\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\frac{\dfrac{\upsilon_2-0}{t_2}}{\dfrac{0-\upsilon_2}{t_3-t_2}}\Rightarrow\frac{6}{-4}=-\frac{t_3-t_2}{t_2}\Rightarrow\frac{6}{4}=\frac{t_3-t_2}{t_2}$$

προσθέτω τους παρονομαστές στους αριθμητές και προκύπτει:

$$\frac{10}{4}=\frac{t_3}{t_2}\Rightarrow t_2=\frac{4}{10}t_3\Rightarrow t_2=\frac{4}{10}\cdot 15\,\text{s}\Rightarrow \mathbf{t_2=6\,s}\,.$$

(Με υ_2 συμβολίζουμε την ταχύτητα στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης).

δ. Μέγιστη ταχύτητα έχουμε την στιγμή που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$ και αρχίζει η επιβραδυνόμενη κίνηση, άρα: $\upsilon_2 = \alpha_1 t_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 6\cdot 6$ m/s $\Rightarrow$ $\mathbf{\upsilon_2 = 36\ m/s}$.



Η συνολική μετατόπιση μπορεί να υπολογιστεί απευθείας από το εμβαδόν του διαγράμματος της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο, ή την μετατόπιση σε κάθε κίνηση χωριστά και στο τέλος να τις προσθέσω. Θα ακολουθήσουμε την πρώτη επιλογή.

$$\Delta x_{ολ}=\text{Εμβ.}=\frac{36\cdot 15}{2}\,\text{m}\Rightarrow \mathbf{\Delta x_{ολ}=270\,m}\,.$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Βασίλης Δουκατζής