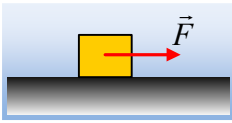


Μια κίνηση στην οποία αλλάζει η δύναμη.



Ένα σώμα μάζας 4kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, στη θέση $x=0$. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1=22\text{N}$, με αποτέλεσμα το σώμα να μετακινείται και μετά από χρονικό διάστημα 4s, να φτάνει στη θέση $x_1=12\text{m}$.

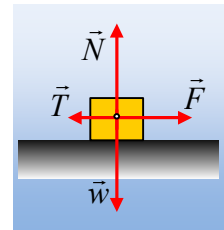
Στη θέση αυτή, το μέτρο της δύναμης μειώνεται στην τιμή $F_2=8\text{N}$, χωρίς να αλλάζει κατεύθυνση.

Αν $g=10\text{m/s}^2$, ζητούνται:

- i) Η επιτάχυνση του σώματος από 0-4s.
- ii) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- iii) Η θέση στην οποία θα ηρεμήσει τελικά το σώμα.
- iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο και μέχρι τη χρονική στιγμή $t'=10\text{s}$:
 - α) της ταχύτητας του σώματος.
 - β) της θέσης του.
 - γ) του μέτρου της ασκούμενης στο σώμα τριβής.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (Η τριβή και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου, ασκούνται στην επιφάνεια επαφής. Αλλά επειδή μιλάμε για υλικό σημείο, μπορούμε να τις σχεδιάσουμε σε ένα σημείο, όπως στο σχήμα).



Στο χρονικό διάστημα από 0-4s, στο σώμα ασκείται η σταθερή δύναμη F και η σταθερή τριβή ολίσθησης, συνεπώς το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση και η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την οποία ισχύουν:

$$v = a_1 \Delta t = a_1 \cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x = x = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 \quad (2)$$

$$\text{Από την (2) παίρνουμε: } a_1 = \frac{2x_1}{t^2} = \frac{2 \cdot 12}{4^2} \text{ m/s}^2 = 1,5 \text{ m/s}^2.$$

- ii) Από το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής στο παραπάνω χρονικό διάστημα παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_1 \rightarrow F_1 - T = m \cdot a_1 \rightarrow$$

$$T = F_1 - m \cdot a_1 = 22\text{N} - 4 \cdot 1,5\text{N} = 16\text{N}.$$

Αλλά το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση οπότε $N = w = mg = 40\text{N}$, ενώ για την ασκούμενη τριβή ολίσθησης ισχύει $T = \mu \cdot N$ άρα:

$$\mu = \frac{T}{N} = \frac{16}{40} = 0,4.$$

- iii) Μόλις μειωθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, το σώμα θα αποκτήσει μια νέα επιτάχυνση:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_2 \rightarrow F_2 - T = m \cdot a_2 \rightarrow$$

$$a_2 = \frac{F_2 - T}{m} = \frac{8\text{N} - 16\text{N}}{4\text{kg}} = -2\text{m/s}^2.$$

Το σώμα λοιπόν επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει να κινείται και στο χρονικό αυτό διάστημα, ισχύουν:

$$v=v_0+a_2\Delta t \quad (3) \quad \text{και} \quad \Delta x=v_0\Delta t + \frac{1}{2} a_2(\Delta t)^2 \quad (4)$$

όπου v_0 η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_1=4s$, η οποία μπορεί να βρεθεί από την σχέση (1):

$$v_1=v_0=a_1t_1=1,5\cdot 4m/s=6m/s.$$

Τη στιγμή που το σώμα σταματά, $v=0$, οπότε με αντικατάσταση στην (3) παίρνουμε:

$$\Delta t = \frac{v-v_0}{a_2} = \frac{0-6}{-2} s = 3s$$

Συνεπώς το σώμα επιβραδύνεται μέχρι τη στιγμή $t_2=t_1+\Delta t=4s+3s=7s$.

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (4) έχουμε:

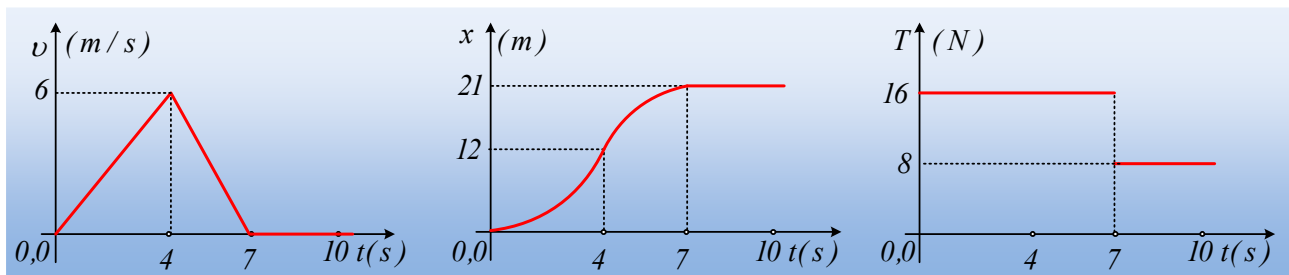
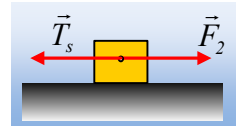
$$\Delta x=v_0\Delta t + \frac{1}{2} a_2(\Delta t)^2 = 6\cdot 3m + \frac{1}{2} (-2)\cdot 3^2m = 9m.$$

Οπότε το σώμα φτάνει στη θέση:

$$x_2=x_1+\Delta x= 12m+9m=21m.$$

iv) Το σώμα σταματά τη στιγμή $t_2=7s$. Από εκεί και πέρα το σώμα ισορροπεί, οπότε $\Sigma F_x=0$ ή $T_s=F_2=8N$ η ασκούμενη στο σώμα στατική τριβή.

Με βάση όσα υπολογίσαμε παραπάνω, οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις είναι:



Σχόλια:

- 1) Από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει ότι η ταχύτητα είναι συνάρτηση πρώτου βαθμού ως προς το χρόνο, οπότε η πρώτη γραφική παράσταση είναι ευθεία και στα δύο χρονικά διαστήματα. Από 0-4s η επιτάχυνση είναι θετική και η ευθεία έχει θετική κλίση, ενώ από 4s-7s το σώμα έχει αρνητική επιτάχυνση και η αντίστοιχη κλίση της ευθείας είναι αρνητική.
- 2) Αντίστοιχα από τις σχέσεις (2) και (4) προκύπτει ότι και στα δύο χρονικά διαστήματα η γραφική παράσταση $x-t$ είναι δευτέρου βαθμού (παραβολή) όπου όταν $a>0$ τα κοίλα της καμπύλης είναι προς τα πάνω και όταν $a<0$ η καμπύλη στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω, όπως στο 2^ο διάγραμμα.
- 3) Για όσο χρόνο το σώμα κινείται (0-7s) στο σώμα ασκείται τριβή ολίσθησης 16N, ενώ στη συνέχεια η τριβή είναι στατική, μέτρου 8N, όπως στο 3^ο διάγραμμα.

Επιμέλεια:
Διονύσης Μάργαρης