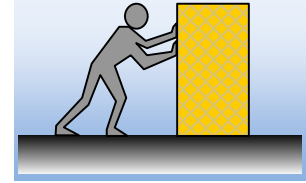


Η μέγιστη επιτάχυνση ενός κιβωτίου.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα κιβώτιο μάζας $M=60\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο τριβή, με συντελεστές $\mu_s=\mu_1=0,4$. Ένα παιδί μάζας $m=60\text{kg}$, βάζοντας «όλη του τη δύναμη!», σπρώχνει το κιβώτιο με σταθερή δύναμη, με αποτέλεσμα να το μετακινήσει κατά $d=3,2\text{m}$ σε χρονικό διάστημα 4s .



Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ των παπουτσιών του και του επιπέδου $\mu_2=\mu_2=0,6$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Να υπολογιστεί η δύναμη που το παιδί άσκησε στο κιβώτιο και η τριβή που το επίπεδο ασκεί στο κιβώτιο και στο παιδί.
- ii) Αφήνουμε το κιβώτιο να σταματήσει και τη θέση του παιδιού παίρνει ένας αρσιβαρίστας όπου στο αρασέ σηκώνει 150 κιλά , ο οποίος έχει την ίδια μάζα με το παιδί, φορώντας και τα ίδια παπούτσια.
 - α) Ποιος ο ελάχιστος χρόνος που θα χρειαστεί ο αρσιβαρίστας, για να μετακινήσει το κιβώτιο κατά την ίδια απόσταση d ;
 - β) Με πόση δύναμη σπρώχνει το κιβώτιο ο αρσιβαρίστας, όταν επιτυγχάνει τον ελάχιστο χρόνο;

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο (πάνω) και στο παιδί (κάτω), όπου F η δύναμη με την οποία το παιδί σπρώχνει το κιβώτιο και F' η αντίδρασή της που δέχεται το παιδί. Βέβαια αφού το παιδί σπρώχνει διαρκώς το κιβώτιο, σημαίνει ότι κινούνται μαζί, έχοντας κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα, συνεπώς και την ίδια επιτάχυνση a_1 . Εφαρμόζοντας λοιπόν το 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\text{Για το κιβώτιο: } \Sigma F_x = M \cdot a_1 \rightarrow F - T_1 = M \cdot a_1 \quad (1)$$

$$\text{Για το παιδί: } \Sigma F_x = m \cdot a_1 \rightarrow T_2 - F' = m \cdot a_1 \quad (2)$$

Όμως αφού η δύναμη F είναι σταθερή, το κιβώτιο (οπότε και το παιδί) κινείται με σταθερή επιτάχυνση και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη για την οποία:

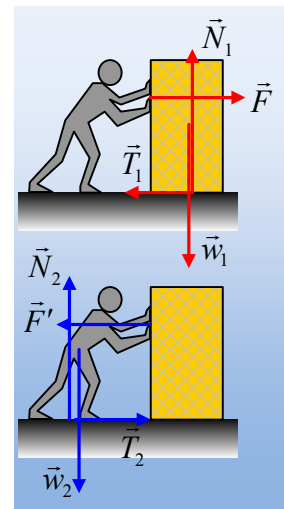
$$x = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \rightarrow a_1 = \frac{2x}{t_1^2} = \frac{2 \cdot 3,2}{4^2} \text{ m/s}^2 = 0,4 \text{ m/s}^2$$

Αλλά τα σώματα ισορροπούν στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $N_1 = w_1 = Mg$, ενώ η τριβή T_1 είναι τριβή ολίσθησης (το κιβώτιο ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο) έχοντας μέτρο:

$$T_1 = \mu_1 N_1 = \mu_1 Mg = 0,4 \cdot 60 \cdot 10 \text{ N} = 240 \text{ N},$$

ενώ η τριβή T_2 πρέπει να είναι στατική, για να μπορεί το παιδί να παρακολουθεί την κίνηση του κιβωτίου. Με αντικατάσταση τώρα στις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$F = T_1 + M \cdot a_1 = 240 \text{ N} + 60 \cdot 0,4 \text{ N} = 264 \text{ N} \text{ και}$$



$$T_2 = F' + m \cdot a_1 = 264\text{N} + 60 \cdot 0,4\text{N} = 288\text{N}.$$

Μπορούμε να διερευνήσουμε αν μπορεί να εμφανιστεί η παραπάνω τιμή στατικής τριβής. Βρίσκουμε την οριακή στατική τριβή, η οποία είναι η μέγιστη τριβή που μπορεί να ασκηθεί στο παιδί από το επίπεδο:

$$T_{2,op} = \mu_{s2} N_2 = \mu_{s2} mg = 0,6 \cdot 60 \cdot 10\text{N} = 360\text{N}.$$

Συνεπώς η τιμή 288N που βρήκαμε, δείχνει ότι η ασκούμενη τριβή είναι στατική και δεν πρόκειται να γλιστρήσουν τα πόδια του παιδιού πάνω στο επίπεδο.

- ii) Αν την θέση του παιδιού μπει ο αρσιβαρίστας, οι παραπάνω εξισώσεις (1) και (2) ισχύουν ξανά. Το θέμα τώρα είναι ότι, αν αυξηθεί η ασκούμενη δύναμη F, θα αυξηθεί η επιτάχυνση (σχέση 1) αλλά αυτό θα έχει ως συνέπεια να αυξηθεί και η τριβή T_2 που ασκείται πάνω του. Αλλά η τριβή αυτή δεν μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή, αφού πρέπει να είναι στατική τριβή και παραπάνω βρήκαμε ότι η μέγιστη δυνατή τιμή της είναι τα 360N.

α) Αλλά τότε με πρόσθεση των (1) και (2) παίρνουμε:

$$T_2 - T_1 = (M + m) \cdot a_2 \quad (3) \rightarrow$$

$$a_2 = \frac{T_2 - T_1}{M + m} = \frac{360 - 240}{60 + 60} \text{m/s}^2 = 1 \text{m/s}^2$$

Οπότε για να μετακινηθεί το κιβώτιο σε απόσταση d θα απαιτηθεί χρονικό διάστημα

$$x = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2d}{a_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2}{1}} \text{s} \approx 2,5\text{s}$$

- β) Με αντικατάσταση της επιτάχυνσης στην (1) παίρνουμε (F_2 το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο κιβώτιο):

$$F_2 - T_1 = M \cdot a_2 \rightarrow$$

$$F_2 = T_1 + M \cdot a_2 = 240\text{N} + 60 \cdot 1\text{N} = 300\text{N}.$$

Σχόλια:

Ένας αθλητής που μπορεί να σηκώσει μάζα 150kg, δηλαδή βάρος περίπου 1500N, προφανώς μπορεί να ασκήσει δύναμη μεγαλύτερη από 1.500N στην μπάρα, κατά τη διάρκεια της ανύψωσης. Αλλά παραπάνω βρήκαμε ότι ο αθλητής άσκησε στο κιβώτιο δύναμη 300N, ελαφρώς μεγαλύτερη από τη δύναμη που ασκεί το «αδύναμο» παιδί (264N).

Δεν είναι λοιπόν θέμα του πόσο «δυνατός» είναι κάποιος που σπρώχνει το κιβώτιο, αλλά τι τριβές που μπορούν να εμφανιστούν. Αξίζει να προσεχθεί η εξίσωση (3). Τελικά η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα, καθορίζεται από τις ασκούμενες δυνάμεις τριβής...

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια: Διονύσης Μάργαρης