

Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω.

Από το έδαφος, για $t=0$, εκτοξεύουμε μια πέτρα (μέρες που 'ναι...) κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα v_0 . Αν στη διάρκεια του 3^{ου} δευτερολέπτου της κίνησής της η πέτρα πέσει κατά 5m, ζητούνται:

- i) Η αρχική ταχύτητα της πέτρας.
- ii) Για πόσο χρόνο η πέτρα κινείται προς τα πάνω.
- iii) Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η πέτρα.
- iv) Το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται η πέτρα τις χρονικές στιγμές $t_3=1s$ και $t_4=3s$. Ποιες είναι αντίστοιχα οι τιμές της ταχύτητας τις στιγμές αυτές;
- v) Να γίνουν τα διαγράμματα σε συνάρτηση με το χρόνο, της ταχύτητας της πέτρας και του ύψους, μέχρι τη στιγμή που θα ξαναπέσει στο έδαφος.
- vi) Δίνεται $g=10m/s^2$ ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:

Η κίνηση της πέτρας γίνεται σε κατακόρυφη διεύθυνση. Θέτουμε $y=0$ την αρχική θέση (στο έδαφος) και παίρνουμε ως θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση. Το σώμα στην διάρκεια της κίνησής του έχει επιτάχυνση $a=-g$ (φορά προς τα κάτω), οπότε για την κίνηση της πέτρας ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v=v_0+a \cdot t \rightarrow v=v_0-g \cdot t \quad (1)$$

$$y=v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow y=v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (2)$$

- i) Τη χρονική στιγμή $t_1=2s$ η πέτρα βρίσκεται στη θέση:

$$y_1=v_0 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \rightarrow$$

$$y_1=v_0 \cdot 2 - 20 \quad (\text{μονάδες στο S.I.}) \quad (2^a)$$

Αντίστοιχα για $t_2=3s$ έχουμε:

$$y_2=v_0 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 \rightarrow y_2=v_0 \cdot 3 - 45 \quad (\text{μονάδες στο S.I.})$$

Αλλά $y_2-y_1=-5m$, οπότε:

$$v_0 \cdot 3 - 45 - 2v_0 + 20 = -5 \quad \text{ή}$$

$$v_0 - 25 = -5 \quad \text{ή}$$

$$\boxed{v_0=20m/s.}$$

- ii) Αντικαθιστούμε στην σχέση (1) $v=0$ και παίρνουμε:

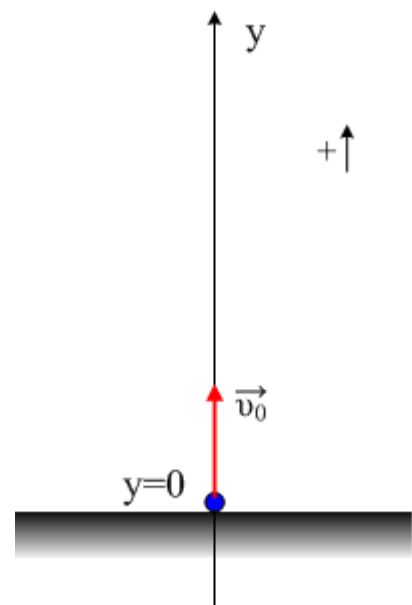
$$0=v_0-gt_{av} \rightarrow \boxed{t_{av}=v_0/g=20/10s=2s.}$$

- iii) Θέτοντας στην (2) $t=2s$ λαμβάνουμε:

$$y_{max}=v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2} 10 \cdot 2^2 = 20m$$

Το ίδιο προκύπτει και από την εξίσωση (2^a).

Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα της πέτρας, αυτή σταματά την προς τα πάνω κίνησή της και αρχίζει να πέφτει. Συνεπώς τη στιγμή αυτή βρίσκεται στο μέγιστο ύψος και $\boxed{h_{max}=y_{max}=20m.}$



iv) Θέτοντας στην (2) $t_3 = 1\text{s}$ λαμβάνουμε:

$$y_3 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 20 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 = 15\text{m}$$

$$\text{ενώ για } t_4 = 3\text{s}: y_4 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 20 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 60 - 45 = 15\text{m}.$$

Με αντικατάσταση στην (1) βρίσκουμε την τιμή της ταχύτητας:

$$v_3 = v_0 - g \cdot t = 20 - 10 \cdot 1 = 10\text{m/s} \text{ και}$$

$$v_4 = v_0 - g \cdot t = 20 - 10 \cdot 3 = -10\text{m/s}.$$

Προσέξτε ότι τις δύο αυτές στιγμές το σώμα βρίσκεται στο ίδιο ύψος (15m) και την πρώτη φορά έχει ταχύτητα προς τα πάνω μέτρου 10m/s, ενώ την δεύτερη φορά έχει ταχύτητα του ίδιου μέτρου, αλλά με φορά προα τα κάτω.

v) Όταν η πέτρα φτάνει στο έδαφος $y=0$ και με αντικατάσταση στην (2) έχουμε:

$$v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0 \rightarrow$$

$$20 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 = 0 \rightarrow$$

$$20t - 5t^2 = 0 \rightarrow$$

$$5t(4-t) = 0 \rightarrow$$

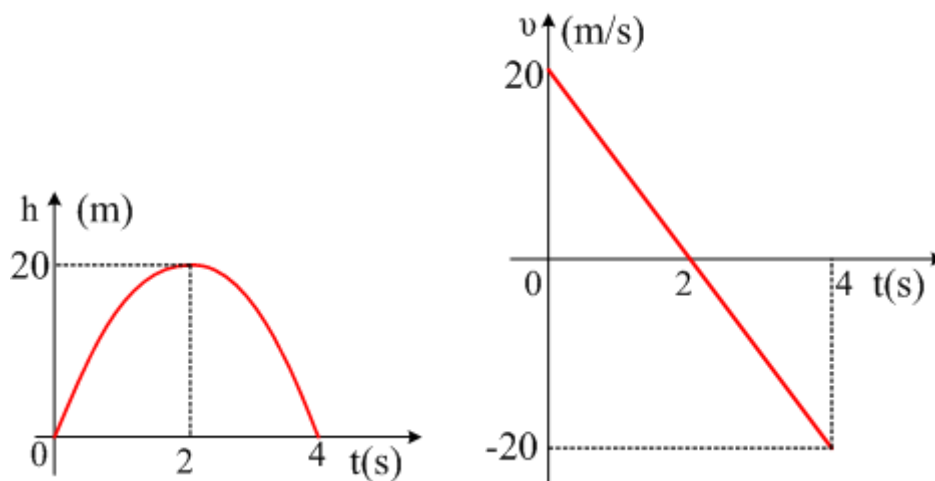
Συνεπώς ή $t=0$ (αρχική στιγμή) ή $t=4\text{s}$ η στιγμή της επιστροφής.

Αν στην (1) αντικαταστήσουμε $t=4\text{s}$ βρίσκουμε την ταχύτητα:

$$v_{\text{τελ}} = v_0 - g \cdot t = 20 - 10 \cdot 4 = -20\text{m/s}.$$

Η πέτρα επιστρέφει στο έδαφος με ταχύτητα του ίδιου μέτρου με την αρχική ταχύτητα.

Έτσι με βάση τα παραπάνω τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης